

Università di Pisa



Dipartimento di Ingegneria Civile ed Industriale
Sezione di Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Specialistica

Studio preliminare della dinamica libera e delle qualità di volo della configurazione Prandtlplane

Relatori :
Prof. ing. Aldo Frediani
Ing. Fabrizio Oliviero

Candidato:
Davide Zanetti

ANNO ACCADEMICO 2013/2014

” L’aeronautica non è stata né
un’industria né una scienza.
E’ stata un miracolo.”
-Igor Sikorsky

Sommario

Gli argomenti trattati nel presente lavoro di tesi si inseriscono all'interno di una attività di ricerca svolta presso il Dipartimento di Ingegneria civile e industriale, sezione di Ingegneria Aerospaziale, relativa allo sviluppo di una nuova configurazione di velivolo denominata *Prandtlplane*.

L'obiettivo di questa tesi consiste nello sviluppo di un programma di dimensionamento aeromeccanico preliminare di un generico velivolo con configurazione *Prandtlplane*. Il programma, ricevendo in input dati geometrici ed inerziali da altri programmi sviluppati per lo studio della medesima configurazione, deve stabilire le dimensioni delle superfici di controllo atte ad ottenere le volute caratteristiche di controllabilità e manovrabilità ed il soddisfacimento delle qualità di volo; inoltre, il programma deve dare indicazioni sulla stabilità e le caratteristiche di volo non legate al dimensionamento dei comandi e suggerire correzioni dei dati di input, in particolare geometrici, al fine di ottenere livelli di qualità di volo accettabili.

Parallelamente a questo obiettivo la tesi ha anche scopo di studiare con maggior dettaglio rispetto ai lavori precedenti (anche se solo dal punto di vista teorico) le peculiarità della dinamica della configurazione *Prandtlplane* e valutare la loro influenza sulle caratteristiche di volo. Le principali differenze rispetto alle configurazioni tradizionali sono da ricercarsi nello sviluppo tridimensionale della configurazione *Prandtlplane* opposto a quello sostanzialmente piano dei monopiani, negli effetti delle paratie laterali sulla dinamica latero-direzionale, nella variabilità della posizione del baricentro anche in direzione verticale e nell'interferenza tra ala superiore ed inferiore.

Ringraziamenti

Vorrei ringraziare innanzitutto il Prof. Ing. Aldo Frediani e l'Ing. Fabrizio Oliviero per avermi dato la possibilità di svolgere un lavoro di tesi riguardante la dinamica del volo di una configurazione non convenzionale, un argomento che mi ha sempre affascinato fin dai miei primi passi nel mondo aeronautico. Vorrei ringraziarli anche per avermi permesso di partecipare a varie fasi dello sviluppo di un prototipo, esperienze emozionanti e concesse solo a poche persone.

I ringraziamenti vanno anche a mia madre che, nonostante gli alti e bassi nel mio percorso di studi, ha sempre appoggiato la mia scelta di intraprendere questo percorso universitario.

Vorrei ringraziare anche Cristina Ruggieri, amica paziente, con cui ho condiviso gioie, speranze e momenti difficili di questi ultimi anni.

Un ringraziamento va anche ai ragazzi che, insieme a me, hanno frequentato il centro di calcolo, con cui ho condiviso l'ultimo anno dei miei studi.

Indice dei contenuti

Sommario	iii
Ringraziamenti	iv
Introduzione	ix
1 Dinamica del velivolo	1
1.1 Modello della dinamica del velivolo rigido	1
1.1.1 Linearizzazione del modello della dinamica del velivolo rigido .	6
1.1.2 Specializzazione delle forze esterne	8
1.1.3 Ipotesi semplificative aggiuntive	12
1.2 Dinamica longitudinale	14
1.2.1 Modello di corto periodo	15
1.2.2 Modello di lungo periodo	16
1.2.3 Risposta ai comandi	17
1.3 Dinamica latero-direzionale	17
1.3.1 Modello di Rollio-spirale	18
1.3.2 Modello di Dutch Roll	20
1.3.3 Risposta ai comandi	20
1.4 Qualità di volo	21
1.4.1 C.A.P	24
1.4.2 Smorzamento di corto periodo	25
1.4.3 Requisiti di dutch roll	26
1.4.4 Requisiti di rollio	27
1.4.5 Stabilità della spirale	27
2 Interfacce programma	29
2.1 Obiettivo del programma	29
2.2 Dati di input	31
2.2.1 Dati della condizione di volo	31
2.2.2 A.S.D.	32
2.2.3 IdiSA	33
2.2.4 AVL	33
2.2.4.i Validazione AVL	36

3	Struttura del programma	41
3.1	Memorizzazione dati geometrici	42
3.1.1	Sistema di riferimento	42
3.1.2	Organizzazione dei dati geometrici	43
3.2	Calcolo dei dati inerziali	46
3.2.1	Metodo della matrice delle masse	48
3.2.2	Problemi di potenza di calcolo e matrici singole	49
3.3	Dimensionamento aeromeccanico del piano longitudinale	52
3.3.1	Equilibrio in beccheggio	52
3.3.2	Raggiungimento del massimo fattore di carico	53
3.3.3	Verifica qualità di volo del piano longitudinale	56
3.4	Dimensionamento aeromeccanico del piano latero-direzionale	59
3.4.1	Verifica tempo caratteristico di rollio	60
3.4.2	Dimensionamento degli alettoni	60
3.4.3	Verifica delle altre qualità di volo del piano latero-direzionale	60
4	Esempi di analisi	64
4.1	Prandtlplane di grandi dimensioni	64
4.2	IdInTos	70
5	Confronto della dinamica della configurazione Prandtlplane con quella di velivoli tradizionali	74
5.1	Confronto delle derivate aerodinamiche	74
5.2	Verifica delle ipotesi alla base dei modelli	75
5.3	Effetti aerodinamici della configurazione Prandtlplane	77
5.3.1	Effetti sul piano longitudinale	77
5.3.2	Effetti sul piano latero-direzionale	81
5.3.3	Effetti secondari	86
5.4	Considerazioni sui modelli adottati	94
6	Conclusioni	98
A	Derivate aerodinamiche	101
	Bibliografia	103

Elenco delle figure

1	Prototipo IdInTos presso Aeroporto di Capannori	x
2	Prototipo IdInTos presso Aeroporto di Capannori	x
3	<i>Prandtlplane</i> da 1500 posti	xi
4	Coefficiente di interferenza reciproca di un biplano [1]	xii
5	Efficienza del biplano al variare di G ed x [1]	xiii
6	Efficienza k di varie configurazioni [1]	xiv
7	Best Wing System NACA [1]	xiv
8	Distribuzione di portanza per il Best Wing System	xv
9	Confronto tra le soluzioni del problema <i>Best Wing System</i> $\frac{D}{D_I} \frac{G}{b}$. . .	xv
10	<i>Esempio di Prandtlplane</i>	xvii
1.1	Angoli di Eulero	3
1.2	Angoli di incidenza geometrica	4
1.3	Angoli relativi alla traiettoria	5
1.4	<i>Poli della dinamica longitudinale</i>	15
1.5	<i>Poli della dinamica latero-direzionale</i>	18
1.6	Diagramma iso-opinione	23
1.7	Requisiti di smorzamento del corto periodo	24
1.8	Requisiti di corto periodo	26
1.9	Requisiti di dutch roll	26
1.10	Limitazioni sul polo di rollio	27
1.11	Limitazioni sul polo spirale	28
2.1	Diagramma delle interfacce del programma	30
2.2	Involuppo di volo	31
2.3	Esempio di geometria creata tramite ASD	32
2.4	Esempio di geometria alare creata tramite AVL	34
2.5	Rappresentazione Ref	37
2.6	Rappresentazione Body	38
2.7	Rappresentazione FlatH	38
2.8	Rappresentazione FlatV	39
3.1	Struttura generale del programma	42

3.2	Sistema di riferimento utilizzato per la memorizzazione dei dati geometrici	43
3.3	Configurazione fin doppio	44
3.4	Configurazione fin singolo	44
3.5	Struttura modulo dati geometrici	46
3.6	Struttura modulo dati inerziali	51
3.7	Posizionamento equilibratore	53
3.8	Procedura di dimensionamento degli equilibratori per l'equilibrio longitudinale	54
3.9	Procedura di dimensionamento degli equilibratori per il raggiungimento del massimo fattore di carico	57
3.10	Procedura di dimensionamento aeromeccanico del piano latero-direzionale.	63
4.1	Configurazione PP	65
4.2	Configurazione PP	65
4.3	Configurazione PP	66
4.4	Configurazione IdInTos	70
4.5	Configurazione Id	71
4.6	Configurazione Id	71
5.1	Schema forze dovute a q	78
5.2	Geometria di prova	79
5.3	Andamento di CL_q ed Cm_q al variare della posizione del baricentro	80
5.4	Effetto della perturbazione in velocità laterale	82
5.5	Effetto della velocità di rollio	83
5.6	Effetto della velocità di imbardata	83
5.7	Geometria di prova	84
5.8	Effetto diedro	87
5.9	Geometria di prova	88
5.10	Andamento di Cy_β , Cl_β e Cn_β al variare dell'angolo diedro	88
5.11	Geometria di prova	89
5.12	Andamento del Cl_{da} al variare dell'incidenza del velivolo	91
5.13	Andamento della velocità di rollio con le dimensioni dell'alettone	92
5.14	Andamento della velocità di rollio con la deflessione del flaperon	93
5.15	Andamento del $Cl\delta_a$ al variare dell'incidenza	94
5.16	Geometria di prova	95
5.17	Andamento del rapporto $Z\delta_e/M\delta_e$ al variare della dimensione degli equilibratori	95

Introduzione

Negli ultimi anni, presso il *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale* dell' *Università di Pisa*, viene analizzata e sviluppata una configurazione alare non convenzionale denominata *Prandtlplane*, questa configurazione consiste in due superfici orizzontali unite all'estremità da due paratie laterali, le cui condizioni aerodinamiche saranno spiegate nel seguito del presente lavoro di tesi.

La disposizione biplana era largamente impiegata nell'epoca pionieristica dell'aviazione quando il *Boxwing* era usato diffusamente per motivi strutturali e, proprio mentre se ne dimostrava scientificamente la validità dal punto di vista aerodinamico, venne abbandonata, in quanto, dal 1930 in poi, l'industria aeronautica si concentrò sulle cellule monoplane che a quell'epoca garantivano velocità di punta più elevate rispetto ai biplani a causa delle tecnologie costruttive (tiranti, montanti d'interpiano ecc...). Negli ultimi anni del XX secolo si è raggiunto l'apice della formula monoplana e lo sviluppo successivo, anche a fronte di notevoli investimenti, non produce che miglioramenti marginali. Da questa condizione è partita la ricerca di nuove configurazioni che permettano un salto di prestazioni tale da poter mantenere il passo con le nuove esigenze del settore aerospaziale quali la riduzione dei consumi, delle emissioni inquinanti e dell'incremento del traffico aereo. Come verrà spiegato in seguito la configurazione *Prandtlplane* offre notevoli vantaggi dal punto di vista dell'efficienza aerodinamica rispetto ad un monoplano e questo dovrebbe permettere di rispondere alle nuove sfide dell'aeronautica del futuro. Attualmente il principale esempio di *Prandtlplane* è il progetto IDINTOS (IDrovolante INnovativo TOScano) il cui prototipo è stato completato nel 2013. Altri studi condotti in merito alla configurazione *Prandtlplane* riguardano la sua applicazione a velivoli commerciali di diverse dimensioni, alcuni esempi sono i trasporti passeggeri da 250 posti, 1500 posti e la versione per il trasporto merci. Nelle figure 1 e 2 è ritratto il prototipo del progetto IdInTos, nella figura 3 è invece rappresentata la configurazione di studio del trasporto a 1500 posti.

La configurazione di tipo *Prandtlplane* deriva da studi condotti da Ludwig Prandtl in merito alla resistenza indotta di configurazioni alari multiplane; i risultati di questi studi sono stati pubblicati nel 1924 all'interno del report NACA-TN-182 [1].

In questo documento si confronta la resistenza indotta di varie configurazioni con quella del monoplano ottimo, cioè quello in grado di garantire la minima resistenza



Figura 1: Prototipo IdInTos presso Aeroporto di Capannori



Figura 2: Prototipo IdInTos presso Aeroporto di Capannori

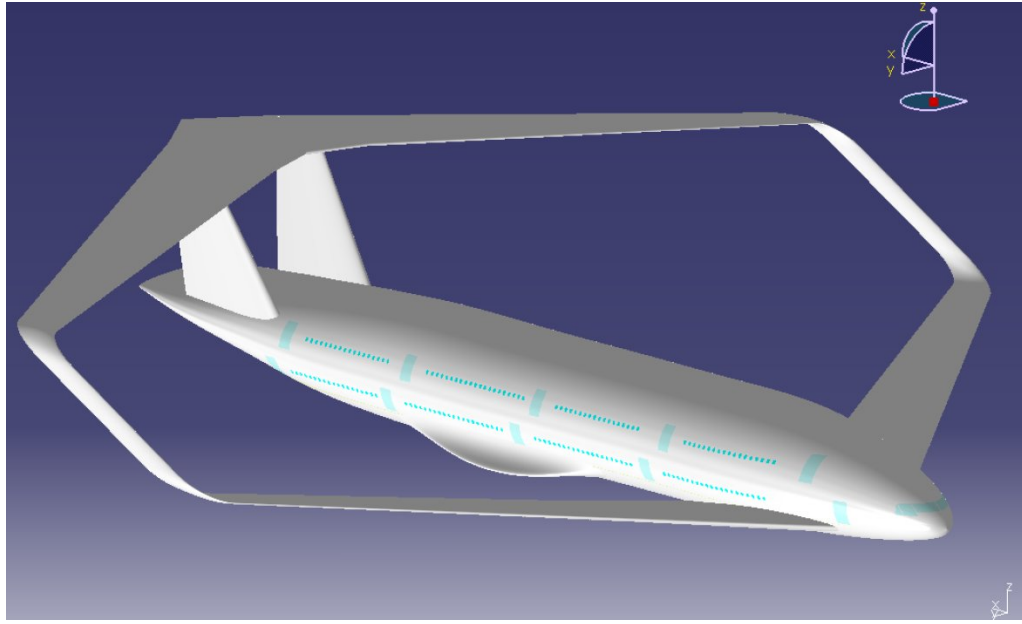


Figura 3: Prandtlplane da 1500 posti

indotta. Si dimostra che il termine di resistenza indotta può essere espresso come:

$$D_I = \frac{L^2}{q\pi b^2}$$

dove L è la portanza totale, q è la pressione dinamica e b è l'apertura alare.

Per configurazioni multiplane può essere valutata sommando il contributo delle singole ali pensate isolate più l'effetto di interferenza reciproca.

Grazie agli studi condotti da M.Munk si possono dedurre due importanti risultati :

- La resistenza indotta può essere valutata utilizzando la geometria della traccia lasciata dalla scia sul piano di Trefftz, il quale è posto all'infinito a valle del corpo studiato; in questo modo si dimostra che la scalatura orizzontale (*stagger*) delle ali è influente.
- *Lemma di reciprocità* : afferma che indicando con $D_{1,2}$ la resistenza indotta dall'ala 1 sull'ala 2 e con $D_{2,1}$ la resistenza indotta dall'ala 2 sull'ala 1, si ha:

$$D_{1,2} = D_{2,1}$$

Pertanto per una configurazione *biplana*, indicando con σ il coefficiente di mutua influenza, si ottiene il seguente termine di resistenza per l'ala superiore:

$$D_1 = D_{1,1} + D_{1,2} = \frac{1}{\pi q} \left(\frac{L_1^2}{b_1^2} + \sigma \frac{L_1 L_2}{b_1 b_2} \right)$$

mentre per l'ala inferiore:

$$D_2 = D_{2,2} + D_{2,1} = \frac{1}{\pi q} \left(\frac{L_2^2}{b_2^2} + \sigma \frac{L_1 L_2}{b_1 b_2} \right)$$

La resistenza totale e' perciò

$$D = D_1 + D_2 = \frac{1}{\pi q} \left(\frac{L_1^2}{b_1^2} + 2\sigma \frac{L_1 L_2}{b_1 b_2} + \frac{L_2^2}{b_2^2} \right)$$

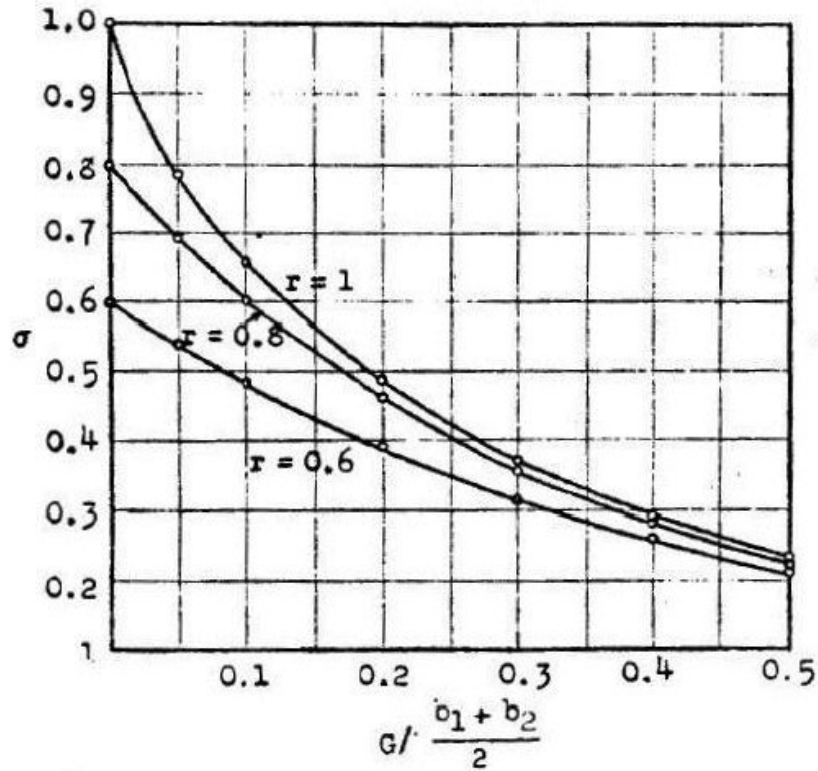


Figura 4: Coefficiente di interferenza reciproca di un biplano [1]

Introducendo la distanza verticale G (Gap) ed il rapporto tra le aperture alari $r = b_1/b_2$, il coefficiente di interferenza σ può essere determinato mediante i valori riportati in figura 4

Dati i valori di L, b_1, b_2 e G , indicando con $x = L/L_2$, il minimo valore di resistenza indotta si ottiene per:

$$x = \frac{r - \sigma}{r + \frac{1}{r} - 2\sigma}$$

Inserendo questo valore nella formula della resistenza si ottiene:

$$D_{min} = \frac{L^2}{\pi q b_1^2} \frac{1 - \sigma^2}{r(r + \frac{1}{r} - 2\sigma)}$$

nel caso particolare in cui $r = 1$ (cioè $b_1 = b_2$) si ottiene $x = 1/2$; ciò significa che la portanza è equamente distribuita tra le due ali, perciò la resistenza indotta totale diventa:

$$D_{min} = \frac{L^2}{\pi q b^2} \frac{1 + \sigma}{2}$$

L'efficienza del biplano può allora essere espressa come rapporto tra la resistenza indotta del biplano e quella del monoplano ottimo (con distribuzione di portanza ellittica); avendo considerato identica la portanza L generata nei due casi, questo rapporto verrà indicato con $k = \frac{D}{D_I} = \frac{1+\sigma}{2}$. L'andamento dell'efficienza k al variare dei parametri G ed r è riportata nella figura 5 in linea continua.

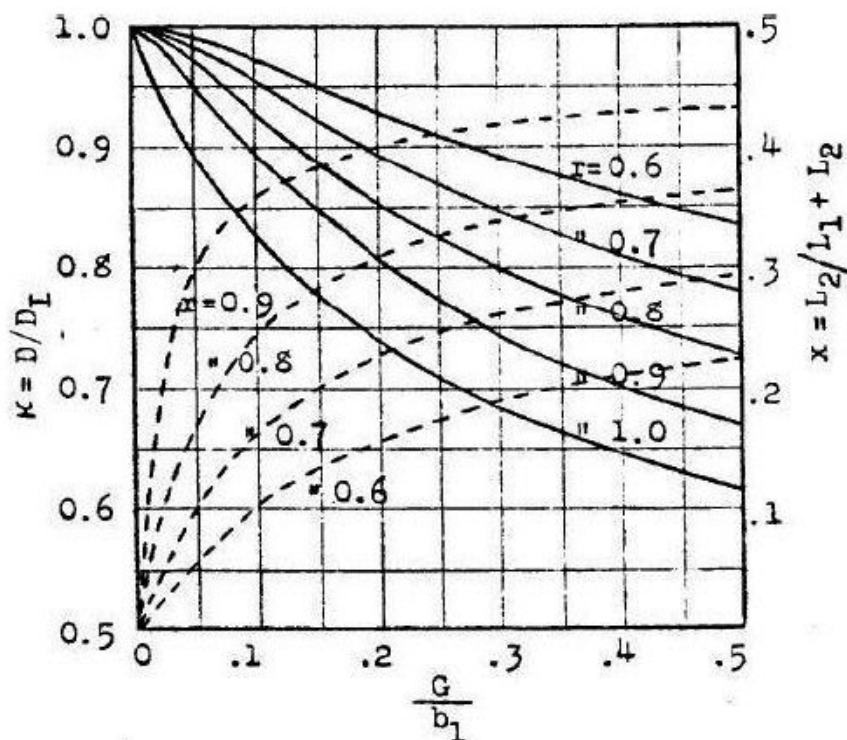


Figura 5: Efficienza del biplano al variare di G ed x [1]

Il grafico 5 mostra che i biplani sono caratterizzati da una resistenza indotta inferiore ad un monoplano di stessa apertura e stessa portanza totale; tale resistenza diminuisce all'aumentare del Gap e raggiunge un minimo per $r = 1$ cioè quando le due ali hanno stessa apertura.

Una configurazione multiplana può essere studiata nello stesso modo e si ottiene che la resistenza indotta minima di una configurazione con n ali è inferiore a quella di una configurazione con $(n - 1)$ ali come mostrato in figura 6.

Secondo tale principio è possibile determinare una configurazione alare ottimale o *Best Wing System* che, a parità di portanza prodotta ed apertura alare, minimizza la resistenza indotta. Questa configurazione consiste in un biplano le cui estremità alari sono collegate da paratie laterali.

In base agli studi di Prandtl, per una data portanza, apertura alare e Gap , quando il numero di ali tende all'infinito, la resistenza indotta tende ad un minimo e questo minimo si sposta a valori più bassi al ridursi del rapporto $\frac{G}{b}$. Questo caso limite viene detto appunto *Best Wing System* (figura 7) e corrisponde ad una configurazione *Boxwing*.

Una soluzione in forma chiusa al Problema del *Best Wing System* di Prandtl è stata proposta nel 1999 in [2] dove si mostra che la distribuzione di portanza

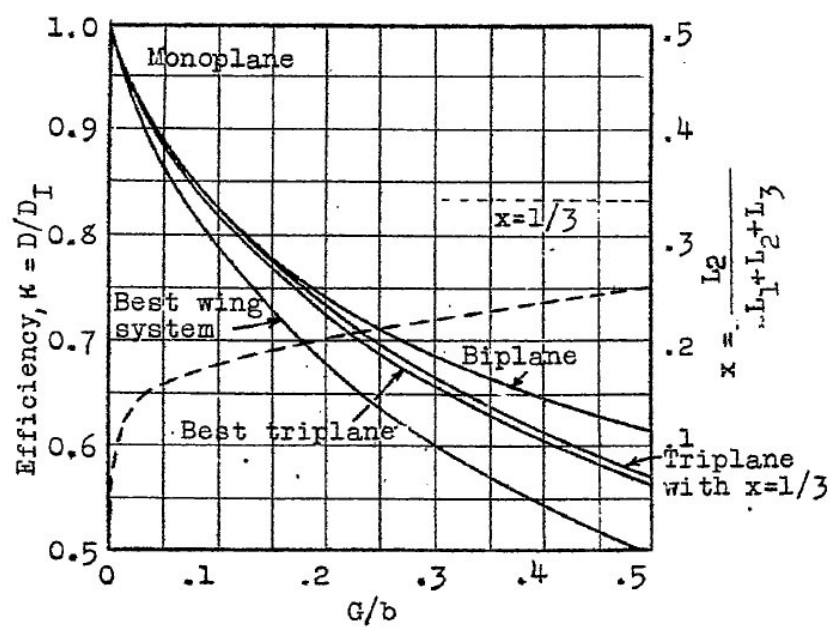


Figura 6: Efficienza k di varie configurazioni [1]

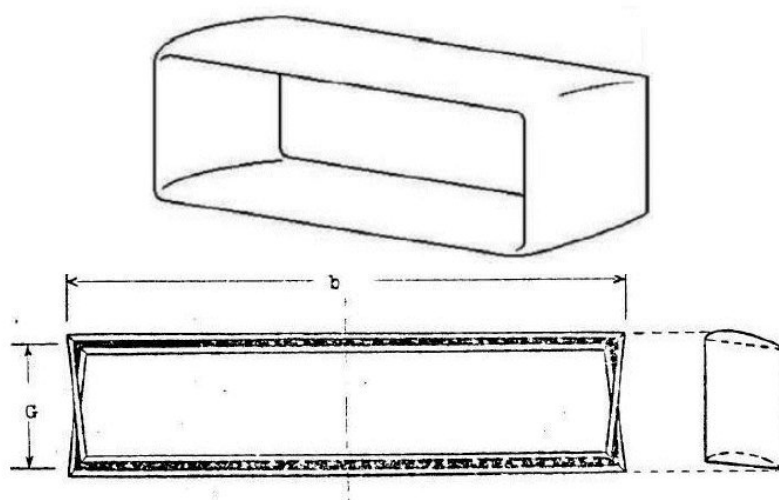


Figura 7: Best Wing System NACA [1]

lungo l'apertura delle ali orizzontali è composta da una parte costante sommata ad una parte ellittica, mentre sulle paratie laterali la distribuzione è simmetrica con andamento a farfalla come mostrato nella figura 8.

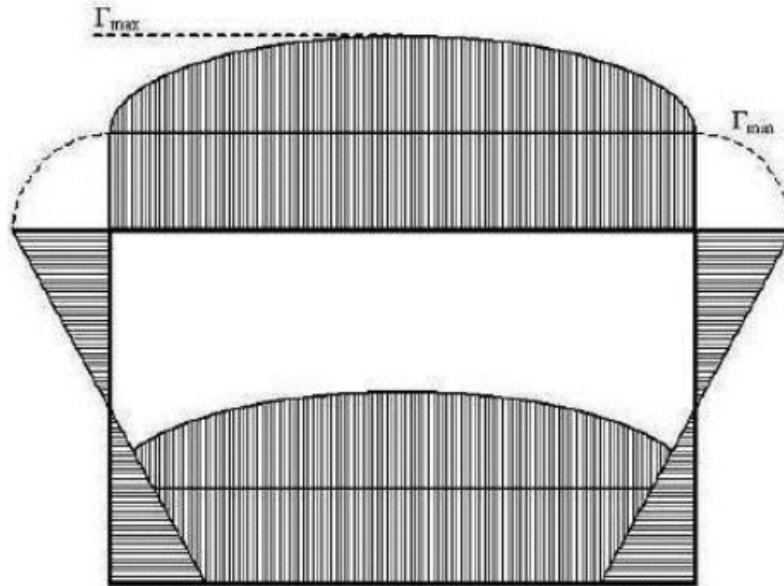


Figura 8: Distribuzione di portanza per il Best Wing System

In figura 9 si evidenzia che nell'intervallo di $\frac{G}{b}$ (0,1-0,2) i risultati in forma chiusa sono leggermente differenti da quelli ottenuti da Prandtl.

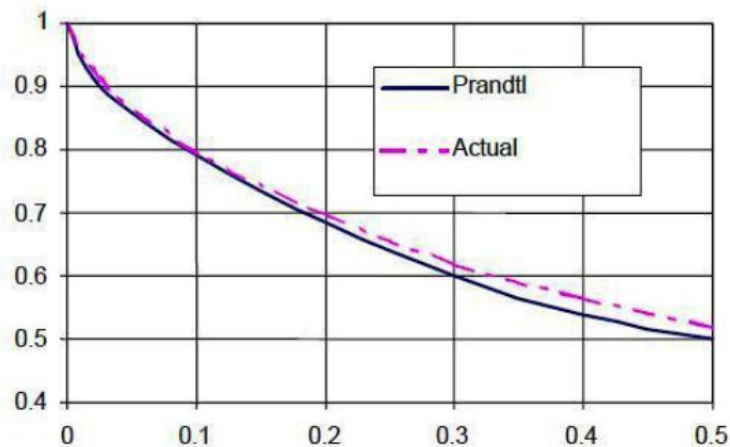


Figura 9: Confronto tra le soluzioni del problema Best Wing System $\frac{D}{G} \frac{G}{b}$

Le differenze aumentano per $\frac{G}{b}$ maggiori, in particolare quando $\frac{G}{b}$ tende all'infinito. I risultati di maggior interesse del lavoro sul *Best Wing System* consistono nel fatto che per valori di $\frac{G}{b}$ nell'intervallo (0,1-0,2), che sono quelli realizzabili tecnicamente, la resistenza indotta di tale configurazione risulta essere inferiore a quella del monoplano ottimo di una quantità che va dal 20 % al 30 %.

La configurazione *Prandtlplane* attualmente studiata presso il *Dipartimento di Ingegneria Civile ed Industriale* dell' *Università di Pisa* è un'evoluzione del *Best Wing System*. Questa configurazione introduce ali di freccia opposta in modo da ottenere una notevole distanza longitudinale tra le radici delle due ali; ciò permette di inserire degli equilibratori nei tronchi alari centrali e la loro posizione garantisce un braccio efficace per il controllo in beccheggio dell'aereo; si rende perciò superflua la presenza di un impennaggio orizzontale. Il posizionamento degli equilibratori su due superfici, una anteriore ed una posteriore al baricentro, permette un loro dimensionamento atto ad annullare la derivata $Z\delta_e$ in modo da effettuare un controllo in momento puro e quindi eliminando l'iniziale perdita di quota a seguito del comando di equilibratore tipica di configurazioni a coda posteriore.

Un schema di riferimento della configurazione *Prandtlplane* è riportato nella figura 10

Le superfici portanti distanti dal baricentro comportano anche un incremento in modulo della derivata Mq a vantaggio dello smorzamento del modo proprio di corto periodo; questa derivata favorisce anche l'impiego della configurazione per velivoli idrovolanti in quanto le smorza l'effetto delle perturbazioni dovute al moto ondoso nella fase di decollo. In linea generale, questa proprietà potrebbe permettere lo sviluppo di particolari velivoli con prestazioni superiori alle attuali (ad esempio velivoli antincendio, velivoli automatici per osservazione etc.) La configurazione porta anche altri vantaggi progettuali, come l'integrazione dei motori, l'attraversamento della fusoliera con la sola ala anteriore (con spessori circa la metà di un'ala tradizionale), con conseguenze possibili sul volume cargo e sul volume disponibile effettivo del velivolo.

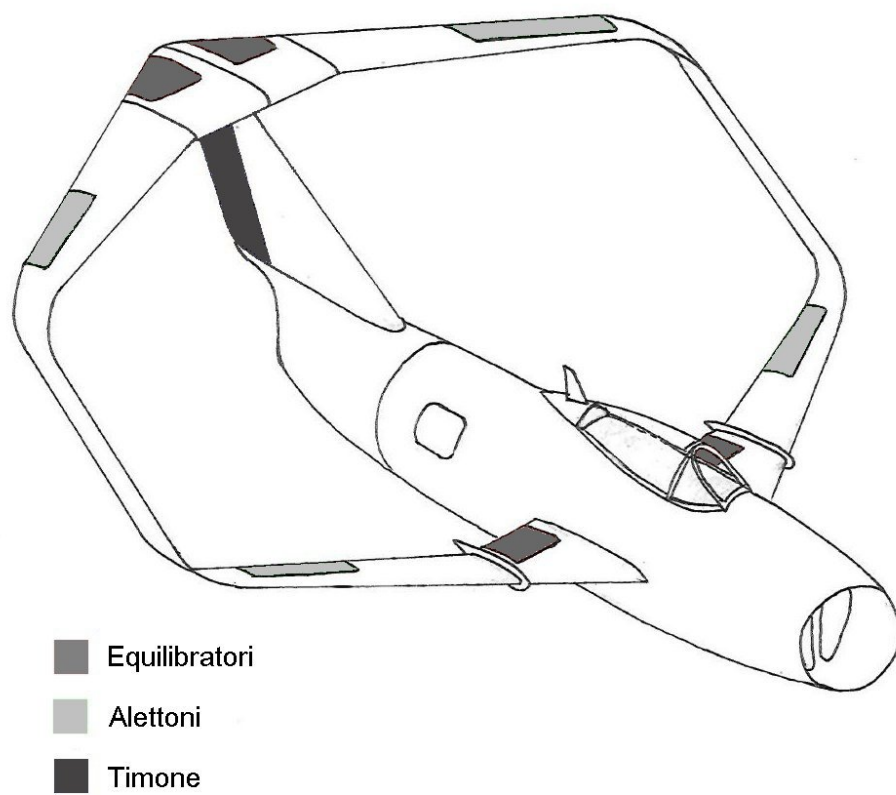


Figura 10: Esempio di Prandtlplane

Capitolo 1

Dinamica del velivolo

La valutazione delle caratteristiche di volo di un aeromobile viene effettuata mediante un modello matematico che mette in relazione le grandezze rappresentative del moto dell'aeromobile con quelle inerziali, propulsive, aerodinamiche e con le azioni di controllo. Nel seguito si proporrà un riassunto dello sviluppo di un modello di base che può essere approfondito in [3] e [4]. Questo modello si fonda sull'ipotesi di *corpo rigido*, valido quando non si presentano deformazioni elastiche della struttura tali da generare variazioni non trascurabili di forze e momenti aerodinamici. Per analizzare questi casi è necessario aggiungere al modello a sei gradi di libertà del corpo rigido anche le equazioni relative ai gradi di libertà delle deformazioni elastiche. Considerando il carattere preliminare delle analisi svolte nel presente studio, l'ipotesi di velivolo rigido è ritenuta valida.

1.1 Modello della dinamica del velivolo rigido

Per il modello di corpo rigido si utilizzano la prima e seconda equazione cardinale della meccanica, specializzate per una terna *baricentrale*, nelle quali si è sottintesa anche l'ipotesi di aver trascurato gli effetti giroscopici delle masse rotanti interne al velivolo. Per alcuni tipi di velivoli, come ad esempio quelli dotati di motore rotativo del tipo a cilindri rotanti, questi effetti possono risultare rilevanti e sarà necessario estendere il modello.

La terna inerziale rispetto a cui vengono valutate le velocità è in genere una terna solidale alla terra che è quindi assunta piana e non rotante, questa assunzione può provocare degli errori in caso il modello citato venga utilizzato per la navigazione, ma al fine dello studio dei modi propri del velivolo a velocità non ipersoniche il moto della terra e la sua curvatura sono ininfluenti.

Il modello che si ottiene con queste ipotesi è riportato in seguito:

Modello non lineare di velivolo rigido simmetrico con massa costante, terra piana

e non rotante ed effetti giroscopici delle masse rotanti trascurabili

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\vec{V}} = (\vec{V} \wedge \vec{\Omega}) + \frac{1}{m}[\vec{F}_a + \vec{F}_t + \vec{W}(\Phi, \Theta)] \\ \dot{\vec{\Omega}} = I^{-1}[(I \cdot \vec{\Omega}) \wedge (\vec{\Omega}) + \vec{M}_a + \vec{M}_t] \\ \begin{bmatrix} \dot{\Phi} \\ \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = [T_E \Phi, \Theta] \cdot \vec{\Omega} \\ \dot{\vec{S}}_{cg-i} = [T_{b-i}](\Phi, \Theta, \Psi) \cdot \vec{V} \end{array} \right. \quad (1.1)$$

dove m è la massa del velivolo, I è il tensore d'inerzia e \vec{V} e $\vec{\Omega}$ sono la velocità e la velocità angolare del corpo rispetto al riferimento *inerziale*. Con \vec{F}_a ed \vec{M}_a si sono indicati forze e momenti aerodinamici, con \vec{F}_t ed \vec{M}_t quelli legati alla propulsione e con \vec{W} la forza peso.

Con $[T]$ si indicano le matrici di trasformazione tra i diversi sistemi di riferimento, individuati dai seguenti pedici: i inerziale, E verticale locale, e riferimento motore, b assi corpo, w assi vento.

\vec{S}_{cg-i} rappresenta la traiettoria del baricentro del corpo misurata da un riferimento inerziale. Φ , Θ , Ψ sono gli angoli di Eulero che specificano l'orientamento del velivolo rispetto alla terna inerziale e verranno specificati in seguito.

Il sistema 1.1 puo' essere spiegato in forma scalare, a patto di scegliere un adeguato sistema di riferimento su cui valutare le componenti delle grandezze vettoriali. Per lo studio della dinamica il sistema di riferimento scelto è quello degli *assi corpo generici*, cioè un sistema di assi ortogonali baricentrali orientato arbitrariamente rispetto al velivolo, ma che una volta definito, si muove solidale a questo durante il suo moto. Un esempio di assi corpo sono gli assi principali d'inerzia o gli assi stabilità, questi ultimi saranno definiti in seguito al fine dello sviluppo del modello linearizzato.

La scelta di una terna *assi corpo generici* anziché una terna inerziale ha lo svantaggio di obbligare a dover esprimere la variazione della direzione dei versori, in compenso non richiede la determinazione del nuovo tensore d'inerzia ogni volta che si ha una rotazione del sistema. Va specificato che le velocità di traslazione ed angolari rimangono comunque velocità calcolate rispetto alla terna *inerziale* le cui componenti sono solo proiettate sulla terna scelta.

A questo punto risulta semplice la definizione di I con cui si è indicato il tensore di inerzia calcolato rispetto agli assi corpo scelti, in genere questi non coincidono con gli assi principali di inerzia ma la scelta è solitamente fatta in modo che il piano X-Z coincida con il piano di simmetria dell'aereo ed in questo modo si ha :

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix}$$

Per definire la posizione angolare del velivolo rispetto alla terna verticale locale si fa ricorso agli *Angoli di Eulero*. Questi angoli rappresentano le 3 rotazioni successive

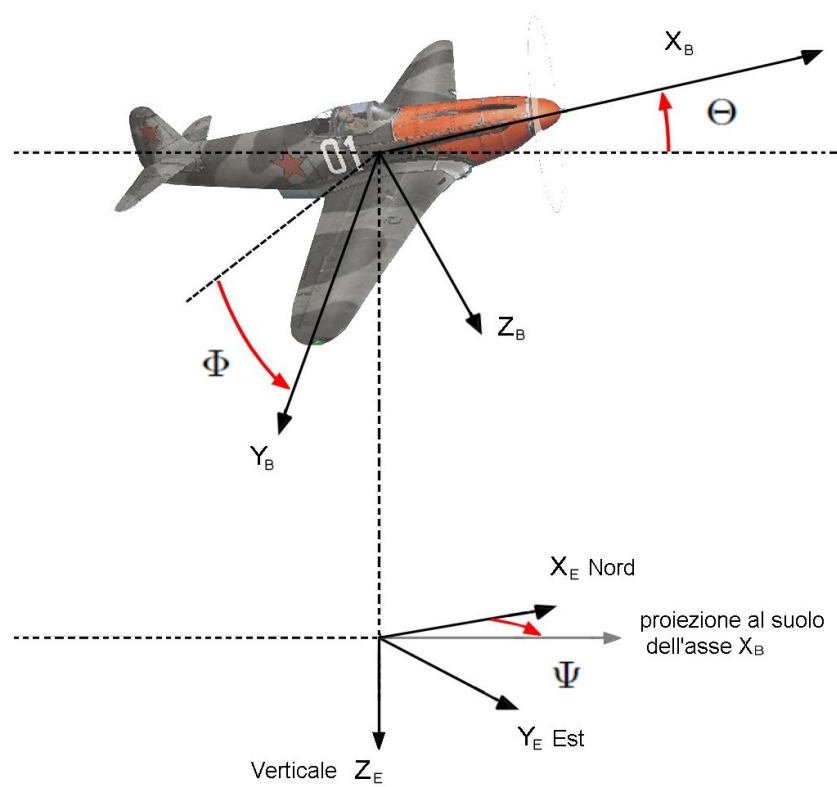


Figura 1.1: Angoli di Eulero

che consentono di allineare la terna degli *assi corpo* con la *terna verticale locale* e sono proposti nella figura 1.1.

Indicando con il pedice b gli assi della terna *assi corpo*, che è una terna destra con X_b rivolto in avanti e Z_b rivolto verso il basso, si possono definire gli angoli :

- Φ *angolo di rollio*, è l'angolo tra l'asse Y_b ed il piano orizzontale, misurato su un piano normale ad X_b ed è positivo se l'ala destra è più bassa dell'ala sinistra.
- Θ *angolo di beccheggio*, è l'angolo tra l'asse X_b e la sua proiezione sul piano orizzontale ed è positivo se la prua del velivolo è rivolta verso l'alto.
- Ψ *angolo di imbardata*, è l'angolo tra la proiezione dell'asse X_b sul piano orizzontale e l'asse X della terna verticale locale (nord) ed è positivo se la prua è rivolta verso est.

Per definire la posizione angolare del *vettore velocità relativa velivolo-aria* rispetto alla terna solidale al velivolo si impiegano angoli aerodinamici di *incidenza* α e *derapata* β . α è l'angolo tra la proiezione del vettore velocità sul piano X_b-Z_b e l'asse X_b mentre β è l'angolo tra il vettore velocità e la sua proiezione sul piano X_b-Z_b , il tutto è riassunto in figura 1.2. Questi angoli rappresentano incidenze geometriche e perciò non si ha portanza nulla per incidenza nulla.

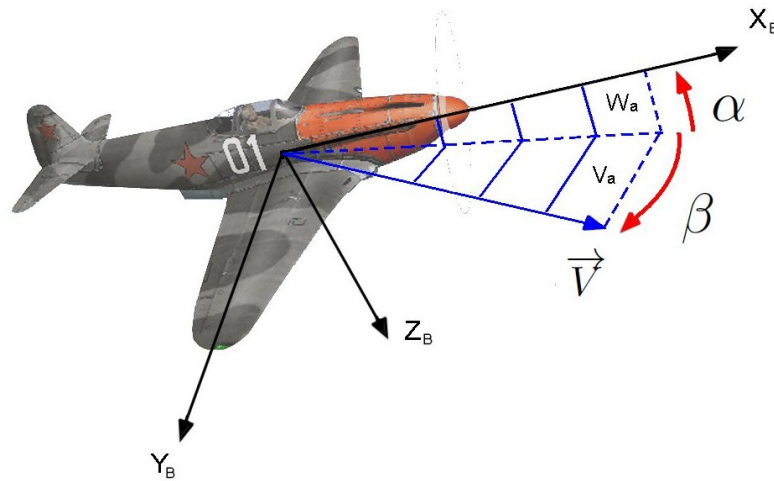


Figura 1.2: Angoli di incidenza geometrica

Per definire la posizione rispetto alla terna verticale locale del *vettore velocità del velivolo relativa al suolo* si fa ricorso all'angolo di *rotta* η e *pendenza della traiettoria* γ presentati in figura 1.3

Sfruttando gli angoli di Eulero è ora possibile esprimere nel sistema di riferimento assi corpo le componenti della forza peso come:

$$\vec{W} = mg \begin{bmatrix} -\sin \Theta \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ \cos \Theta \cos \Phi \end{bmatrix}$$

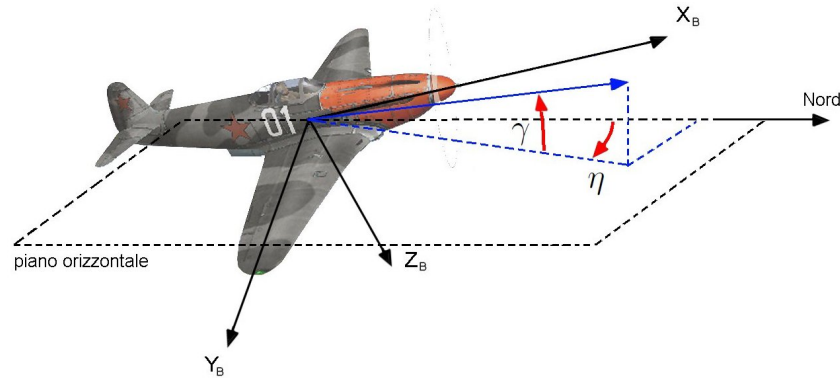


Figura 1.3: Angoli relativi alla traiettoria

ed anche trovare la relazione tra gli angoli di Eulero ed il *vettore velocità di rotazione* Ω espressa dalla matrice T_E

$$T_E = \begin{bmatrix} 1 & -\sin \Phi \tan \Theta & \cos \Phi \tan \Theta \\ 0 & \cos \Phi & -\sin \Phi \\ 0 & \sin \Phi / \cos \Theta & \cos \Phi / \cos \Theta \end{bmatrix}$$

Grazie alle definizioni precedenti è ora possibile proiettare le varie equazioni vettoriali sugli assi di riferimento del sistema solidale. Si definiscono innanzitutto le componenti di velocità rispetto al sistema inerziale (E) proiettate sul sistema di assi solidale come :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} \quad \vec{\Omega} = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$$

la velocità relativa velivolo-aria (\vec{V}_a) e aria-suolo \vec{V}_g (Gust) come :

$$\vec{V}_g = \begin{bmatrix} U_g \\ V_g \\ W_g \end{bmatrix} \quad \vec{V}_a = \begin{bmatrix} U_a = U - U_g \\ V_a = V - V_g \\ W_a = W - W_g \end{bmatrix}$$

perciò gli angoli di incidenza geometrici α e β sono espressi da:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{W_a}{U_a} \right) \quad \beta = \arctan \left(\frac{V_a}{\sqrt{U_a^2 + W_a^2}} \right)$$

in questo modo le forze ed i momenti aerodinamici possono essere riportati sul riferimento solidale attraverso una opportuna matrice di rotazione:

$$\vec{F}_a = [T_{w-b}(\alpha, \beta)] \begin{Bmatrix} -D \\ Y \\ -L \end{Bmatrix} \quad \vec{M}_a = [T_{w-b}(\alpha, \beta)] \begin{Bmatrix} M_{xw} \\ M_{yw} \\ M_{zw} \end{Bmatrix}$$

Infine si puo' ripetere lo stesso procedimento per le forze propulsive che sono inizialmente espresse in assi solidali al motore:

$$\vec{F}_t = [T_{e-b}(i_{th})] \begin{Bmatrix} T_{max}\delta_t \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \vec{M}_t = \begin{Bmatrix} 0 \\ h_t T_{max}\delta_t \\ 0 \end{Bmatrix}$$

dove i_{th} e' l'angolo di calettamento della spinta, h_t il braccio rispetto al baricentro e δ_t il comando di spinta.

Il modello non lineare 1.1 risulta un sistema di 12 equazioni in 12 incognite e puo' quindi essere risolto ed utilizzato al fine dell'ottenimento delle condizioni di trim, del calcolo delle prestazioni oppure per lo studio della dinamica del sistema.

1.1.1 Linearizzazione del modello della dinamica del velivolo rigido

Per la verifica preliminare della dinamica del velivolo si procede alla linearizzazione del modello 1.1 intorno ad una condizione stazionaria in modo da ottenere informazioni relativamente sintetiche sulle relazioni tra i parametri progettuali ed i modi propri della macchina.

Si puo' dimostrare che esistono le condizioni di volo stazionario equilibrato e si puo' quindi utilizzare la *teoria delle piccole perturbazioni* per studiare la stabilita' matematica del sistema e la dinamica dei moti perturbati rispetto alla condizione stazionaria. Questa analisi cade in difetto quando le perturbazioni sono non infinitesime e percio' il sistema reale potrebbe risultare instabile dove il sistema linearizzato e' invece stabile, in genere pero' per velivoli ben progettati anche per azioni esterne elevate si hanno piccole variazioni delle grandezze che definiscono il moto e quindi il modello sviluppato in seguito puo' essere impiegato come strumento di verifica preliminare della risposta alle azioni di comando ed alle perturbazioni atmosferiche mentre non puo' essere applicato alle situazioni di stallo, vite.

Per la linearizzazione del sistema si sceglie la condizione particolare di *volo rettilineo uniforme* in quanto fornisce equazioni piu' semplici da studiare, inoltre, se le caratteristiche di stabilita' non sono soddisfatte in questa condizione, non ha senso indagare in condizioni piu' generali.

Si procede tenendo conto delle ipotesi di volo rettilineo uniforme ($\vec{\Omega}_0 = 0$), delle equazioni espresse in assi corpo baricentrici con assi X e Z sul piano di simmetria, ali livellate ($\Phi_0 = 0$) e volo simmetrico $\beta_0 = 0$.

Per effettuare la linearizzazione si esprimono le grandezze come costituite da una parte costante relativa al trim ed una di perturbazione:

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \vec{V}_0 + \vec{v} \\ \vec{\Omega} &= \vec{\omega} \end{aligned}$$

Riscrivendo il sistema 1.1 con queste nuove variabili, eliminando dalle equazioni così ottenute i termini di ordine superiore al secondo ed infine sottraendo da queste le equazioni del trim si ottiene il modello linearizzato del moto perturbato.

A questo punto si pone il problema della scelta degli assi corpo che fino ad adesso sono stati indicati come generici; infatti la condizione di volo è definita dalle grandezze $|\vec{V}_0|$ e γ_0 , al momento di scrivere le componenti della velocità interviene l'ipotesi $\beta_0 = 0$ da cui si ottiene l'espressione della velocità seguente:

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{Bmatrix} = |\vec{V}_0| \begin{Bmatrix} \cos \alpha_0 \\ 0 \\ \sin \alpha_0 \end{Bmatrix}$$

dove α_0 può essere scelto in modo arbitrario e Θ_0 ne risulta di conseguenza.

Per lo studio della dinamica la scelta ricade sugli *Assi Stabilità*. Questi sono un sistema di assi baricentrici con asse X_s diretto secondo la componente nel piano longitudinale del vettore velocità del velivolo rispetto all'atmosfera \vec{V}_A nelle condizioni di moto prese come riferimento iniziale. In assenza di componenti di vento ed in volo simmetrico la velocità \vec{V}_0 del velivolo coincide con quella rispetto al riferimento inerziale e presenta la sola componente lungo X_s . L'asse Z_s della terna degli assi stabilità è ortogonale all'asse X_s e giace sul piano di simmetria del velivolo, l'asse Y_s è ortogonale ad entrambi e rivolto verso l'ala destra.

Grazie a questo sistema di riferimento e all'ipotesi di *Volo livellato* cioè con $\gamma_0 = 0$ si ottiene una notevole semplificazione delle equazioni in quanto risulta che $\alpha_0 = 0$, $\vec{V}_0 = (U_0, 0, 0)$ e $\Theta_0 = 0$

A questo punto, avendo fatto le ipotesi di:

- Velivolo rigido
- Massa e distribuzione di massa costante
- Terra piana e non rotante
- Coppie giroscopiche delle masse rotanti trascurabili
- Assi Stabilità, solidali baricentrici
- Volo rettilineo uniforme
- Volo simmetrico $\beta_0 = 0$
- Ali livellate $\Phi_0 = 0$

il modello linearizzato diventa :

$$\begin{cases}
\dot{u} + \theta g \cos \Theta_0 = \Delta X/m \\
\dot{v} + U_0 r - \phi g \cos \Theta_0 = \Delta Y/m \\
\dot{w} - U_0 q + \theta g \sin \Theta_0 = \Delta Z/m \\
\dot{p} - (I_{xz}/I_x)\dot{r} = \Delta L/I_x \\
\dot{q} = \Delta M/I_y \\
\dot{r}(I_{xz}/I_z)\dot{p} = \Delta N/I_x \\
\dot{\psi} = p + r \tan \Theta_0 \\
\dot{\theta} = q \\
\dot{\psi} = r / \cos \Theta_0
\end{cases} \quad (1.2)$$

dove

$$\begin{aligned}
\alpha_0 &= 0 \\
\begin{cases} U_0 = |\vec{V}_0| \\ V_0 = 0 \\ W_0 = 0 \end{cases} \\
\Theta_0 &= \gamma_0 = 0 \\
\theta &= \gamma + \alpha
\end{aligned}$$

dove $\Delta X \ \Delta Y \ \Delta Z \ \Delta L \ \Delta M \ \Delta N$ sono le risultanti delle forze e dei momenti proiettate sui tre assi.

1.1.2 Specializzazione delle forze esterne

Rimangono da linearizzare le componenti delle forze aerodinamiche e propulsive le cui dipendenze dalle variabili possono essere riassunte come di seguito:

$$\begin{aligned}
&\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_a + \vec{F}_t \\ \vec{M}_a + \vec{M}_t \end{array} \right\} = \\
&f \left(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha} \dots \beta, \dot{\beta}, \ddot{\beta} \dots P, \dot{P}, \ddot{P} \dots Q, \dot{Q}, \ddot{Q} \dots R, \dot{R}, \ddot{R} \dots \delta_e, \dot{\delta}_e, \ddot{\delta}_e \dots \right. \\
&\quad \left. \delta_t, \delta_a, \dot{\delta}_a, \ddot{\delta}_a \dots \delta_r, \dot{\delta}_r, \ddot{\delta}_r \dots Mach, Re, \frac{1}{2} \rho \vec{V}_a^2 \right)
\end{aligned}$$

La dipendenza dal numero di Mach è giustificata dal fatto che una sua variazione ha l'effetto di modificare la forma del campo aerodinamico. Il numero di Reynolds condiziona il distacco di scie o vortici e la transizione da laminare a turbolento dello strato limite. La dipendenza dal numero di Reynolds viene spesso trascurata perchè le condizioni di volo dei velivoli convenzionali ricadono in un campo in cui i fenomeni citati variano poco. Per un'analisi accurata si ricorre a delle lookup tables dove sono presenti tutte le dipendenze rilevanti, ma per un'analisi iniziale si può assumere che le dipendenze dalle derivate seconde delle variabili siano trascurabili e che siano influenti anche le derivate prime dei comandi.

Si può notare che non c'è ancora disaccoppiamento tra piano longitudinale e latero-direzionale, infatti la pressione dinamica, il numero di Mach, e le incidenze che

sono presenti in entrambi i gruppi di coefficienti aerodinamici. Per aerei convenzionali che effettuano manovre con piccoli β e basse incidenze si può assumere che α abbia influenza solo nel piano longitudinale e β solo in quello latero-direzionale. L'influenza della pressione dinamica può essere trascurata per l'ipotesi di velivolo rigido già assunta nello sviluppo del modello ed a causa del fatto che si considera la condizione di volo rettilineo uniforme a quota costante. La dipendenza dal numero di Mach può essere rimossa solo limitando il campo di validità del modello a casi strettamente subsonici dove si può considerare il flusso incomprimibile. Sotto tutte queste ipotesi si ottiene un completo disaccoppiamento aerodinamico tra piano longitudinale e latero-direzionale.

E' importante però notare che nel caso si effettui una analisi linearizzata della dinamica con il metodo delle piccole perturbazioni intorno a condizioni di trim assegnate si ottiene disaccoppiamento aerodinamico senza ricorrere alle ipotesi precedenti, cioè anche tenendo in conto gli effetti del numero di Mach della elasticità strutturale. Questo è dovuto al fatto che gli effetti prima trascurati, in questo caso concorrono a definire i valori dei coefficienti aerodinamici che compaiono nelle espressioni linearizzate delle azioni aerodinamiche e propulsive, i quali sono costanti nella condizione di trim scelta, ma variano al variare della condizione di volo. Gli effetti di accoppiamento aerodinamico invece vengono trascurati perchè influiscono solo al secondo ordine.

Come si è già visto, tali componenti possono essere espresse come somma di una parte costante e di una di perturbazione, facendo l'ipotesi di quasi-stazionarietà aerodinamica (adottata anche in [3] Parte IV-3) ed esprimendo le dipendenze dal *Mach*, *Re* e pressione dinamica *q* si ottiene un espressione del tipo:

$$\left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_a + \vec{F}_t \\ \vec{M}_a + \vec{M}_t \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F} \\ \vec{M} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_0 + \Delta \vec{F} \\ \vec{M}_0 + \Delta \vec{M} \end{array} \right\} \\ = f(\rho, U, V, W, \dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, P, Q, R, \delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t)$$

Si possono linearizzare le componenti di perturbazione $\Delta \vec{F}$ $\Delta \vec{M}$ come uno sviluppo in serie arrestato al primo ordine come

$$\Delta F_i = \sum \left. \frac{\delta F_i}{\delta \Lambda_j} \right|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} \lambda_j \quad \Delta M_i = \sum \left. \frac{\delta M_i}{\delta \Lambda_j} \right|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} \lambda_j$$

con

$$i = (x, y, z) \quad \Lambda_j = (\rho, U, V, W, \dot{U}, \dot{V}, \dot{W}, P, Q, R, \delta_e, \delta_a, \delta_r, \delta_t)$$

Λ_{j0} rappresenta il valore di regime e $\lambda_j = (\Lambda_j - \Lambda_{j0})$ e' la perturbazione della variabile

Si definiscono le *Derivate Aerodinamiche di Stabilità* come :

$$\begin{aligned} X_{\lambda_j} &= \frac{1}{m} \frac{\delta F_x}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} & L_{\lambda_j} &= \frac{1}{I_x} \frac{\delta M_x}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} \\ Y_{\lambda_j} &= \frac{1}{m} \frac{\delta F_y}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} & M_{\lambda_j} &= \frac{1}{I_y} \frac{\delta M_y}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} \end{aligned}$$

$$Z_{\lambda_j} = \frac{1}{m} \frac{\delta F_z}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}} \quad N_{\lambda_j} = \frac{1}{I_z} \frac{\delta M_z}{\delta \Lambda_j} \Big|_{\Lambda_j = \Lambda_{j0}}$$

Le *Derivate aerodinamiche di stabilità* sono i rapporti tra le componenti delle azioni aerodinamiche o propulsive di perturbazione (dovute alle perturbazioni nelle diverse variabili che influenzano le azioni stese) ed i corrispondenti termini inerziali diagonali. Le *Derivate aerodinamiche di stabilità* sono dimensionalmente equivalenti ad accelerazioni ed accelerazioni angolari, vengono anche dette *derivate aerodinamiche dimensionali* o più semplicemente *derivate aerodinamiche* per distinguerle dalle *derivate aerodinamiche adimensionali* che è il nome che viene utilizzato a volte per indicare i coefficienti aerodinamici. Questa definizione delle derivate aerodinamiche è differente da quella proposta in [3] dove non sono divise per il termine inerziale.

Con questa definizione si possono andare a riscrivere le componenti delle variazioni delle forze e dei momenti come :

$$\begin{cases} \Delta X/m = \sum X_{\lambda_j} \lambda_j \\ \Delta Y/m = \sum Y_{\lambda_j} \lambda_j \\ \Delta Z/m = \sum Z_{\lambda_j} \lambda_j \\ \Delta L/I_x = \sum L_{\lambda_j} \lambda_j \\ \Delta M/I_y = \sum M_{\lambda_j} \lambda_j \\ \Delta N/I_z = \sum N_{\lambda_j} \lambda_j \end{cases}$$

Tenendo conto delle variabili del moto sopra riportate si ottiene che le derivate aerodinamiche da determinare sono 78. Per aerei simmetrici rispetto al piano longitudinale e con architetture convenzionali e sotto le ipotesi prima citate, si ottiene *Disaccoppiamento aerodinamico* per effetto del quale le variabili $u, w, q, \dot{u}, \dot{w}, \delta_e, \delta_t$ hanno effetto solo su $\Delta X, \Delta Z, \Delta M$ mentre le variabili $v, \dot{v}, p, r, \delta_a, \delta_r$ hanno effetto solo su $\Delta Y, \Delta L, \Delta N$ ed in questo modo le derivate aerodinamiche si riducono a 39. Per la configurazione *Prandtlplane* questo risultato non è scontato ma nel lavoro di questa tesi è stato constatato che effettivamente gli effetti di accoppiamento aerodinamico sono trascurabili in quanto i coefficienti aerodinamici interessati hanno modulo inferiore a $\frac{1}{100000}$.

Se il piano longitudinale è piano di simmetria oltre al disaccoppiamento aerodinamico si ha anche, come già visto, disaccoppiamento inerziale per cui l'unico termine al di fuori della diagonale del tensore d'inerzia diverso da zero è $-I_{xz}$ ed il sistema linearizzato completo assume la forma:

Sistema Linearizzato Completo in Assi Stabilità

$$\begin{cases} \dot{u} + \theta g \cos \Theta_0 = \Delta X/m \\ \dot{v} + U_0 r - \phi g \cos \Theta_0 = \Delta Y/m \\ \dot{w} - U_0 q + \theta g \sin \Theta_0 = \Delta Z/m \\ \dot{p} - (I_{xz}/I_x)\dot{r} = \Delta L/I_x \\ \dot{q} = \Delta M/I_y \\ \dot{r}(I_{xz}/I_z)\dot{p} = \Delta N/I_x \\ \dot{\phi} = p + r \tan \Theta_0 \\ \dot{\theta} = q \\ \dot{\psi} = r/\cos \Theta_0 \end{cases}
\begin{cases} \Delta X/m \\ \Delta Y/m \\ \Delta Z/m \\ \Delta L/I_x \\ \Delta M/I_y \\ \Delta N/I_z \end{cases} = \begin{bmatrix} X_u & 0 & X_w & 0 & X_q & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & Y_p & 0 & Y_r \\ Z_u & 0 & Z_w & 0 & Z_q & 0 \\ 0 & L_v & 0 & L_p & 0 & L_r \\ M_u & 0 & M_w & 0 & M_q & 0 \\ 0 & N_v & 0 & N_p & 0 & N_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & X_{\dot{w}} \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 \\ Z_{\dot{u}} & 0 & Z_{\dot{w}} \\ 0 & L_{\dot{v}} & 0 \\ M_{\dot{u}} & 0 & M_{\dot{w}} \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ M_{\delta_e} & M_{\delta_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_t \\ \delta_a \\ \delta_r \end{Bmatrix} \quad (1.3)$$

dato il sistema 1.3 si nota che a causa del disaccoppiamento aerodinamico ed inerziale puo' essere riscritto come due sistemi disaccoppiati, nel primo descrive il moto nel piano *Longitudinale* rappresentato attraverso le variabili u, w, q, θ ed è costituito da 4 equazioni, mentre il secondo sistema è costituito da 5 equazioni rappresenta il moto nel piano *Latero-direzionale* descritto dalle variabili v, p, r, ϕ, Ψ . i due sistemi sono riportati di seguito:

Modello del Piano Longitudinale

$$\begin{cases} \dot{u} + \theta g \cos \Theta_0 = \Delta X/m \\ \dot{w} - U_0 q + \theta g \sin \Theta_0 = \Delta Z/m \\ \dot{q} = \Delta M/I_y \\ \dot{\theta} = q \end{cases}
\begin{cases} \Delta X/m \\ \Delta Z/m \\ \Delta M/I_y \end{cases} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q \\ Z_u & Z_w & Z_q \\ M_u & M_w & M_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{w}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{w}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{w}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_t} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_t} \\ M_{\delta_e} & M_{\delta_t} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_t \end{Bmatrix}$$

Modello del piano Latero-direzionale

$$\begin{cases} \dot{v} + U_0 r - \phi g \cos \Theta_0 = \Delta Y/m \\ \dot{p} - (I_{xz}/I_x)\dot{r} = \Delta L/I_x \\ \dot{r} - (I_{xz}/I_z)\dot{p} = \Delta N/I_x \\ \dot{\phi} = p + r \tan \Theta_0 \\ \dot{\psi} = r / \cos \Theta_0 \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta Y/m \\ \Delta L/I_x \\ \Delta N/I_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p & Y_r \\ L_v & L_p & L_r \\ N_v & N_p & N_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ p \\ r \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\dot{u}} \\ L_{\dot{u}} \\ N_{\dot{u}} \end{bmatrix} \{ \dot{v} \} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ L_{\delta_a} & L_{\delta_r} \\ N_{\delta_a} & N_{\delta_r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \\ \delta_t \end{Bmatrix}$$

si nota che le equazioni del piano latero-direzionale in \dot{p} e \dot{q} presentano ancora un accoppiamento inerziale attraverso il termine I_{xz} e si presentano nella forma :

$$\begin{cases} \dot{p} - (I_{xz}/I_x)\dot{r} = L_v v + L_p p + L_r r + L_{\dot{v}} \dot{v} + L_{\delta_a} \delta_a + L_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{r} - (I_{xz}/I_z)\dot{p} = N_v v + N_p p + N_r r + N_{\dot{v}} \dot{v} + N_{\delta_a} \delta_a + N_{\delta_r} \delta_r \end{cases}$$

Possono essere riscritte come :

$$\begin{cases} \dot{p} = L'_v v + L'_p p + L'_r r + L'_{\dot{v}} \dot{v} + L'_{\delta_a} \delta_a + L'_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{r} = N'_v v + N'_p p + N'_r r + N'_{\dot{v}} \dot{v} + N'_{\delta_a} \delta_a + N'_{\delta_r} \delta_r \end{cases}$$

dove i coefficienti del tipo L'_{λ_i} e N'_{λ_i} vengono detti *derivate Aerodinamiche con Apice* e possono perciò essere ottenute mediante la seguente formula :

$$\begin{Bmatrix} L'_{\lambda_i} \\ N'_{\lambda_i} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 1 & I_{xz}/I_x \\ I_{xz}/I_x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} L_{\lambda_i} \\ N_{\lambda_i} \end{Bmatrix}$$

con $\lambda_i = (v, p, r, \dot{v}, \delta_a, \delta_r)$ e $\Delta = 1 - \frac{I_{xz}^2}{I_x I_z}$

Si nota che riscrivendo in questa forma le equazioni in \dot{p} e \dot{q} si elimina l'accoppiamento inerziale tra le derivate dello stato ma non l'accoppiamento aerodinamico dato che sono presenti i termini L'_v ed N'_v .

1.1.3 Ipotesi semplificative aggiuntive

Per una maggiore semplificazione del modello si possono fare ulteriori ipotesi sui valori delle derivate aerodinamiche, in genere per aeroplani da trasporto di architettura convenzionale è possibile assumere che $X_q = X_{\dot{w}} = X_{\dot{u}} = Z_{\dot{u}} = M_{\dot{u}} = 0$, $Y_{\dot{v}} = L_{\dot{v}} = N_{\dot{v}} = 0$ ed $Y_p = 0$ ed inoltre $1 - Z_{\dot{w}} \simeq 1$, $U_0 + Z_q \simeq U_0$ e $U_0 - Y_r \simeq U_0$.

Per la configurazione *Prandtlplane* queste ipotesi sono da verificare, in particolare risulta che con il metodo a pannelli utilizzato in questa tesi non è possibile valutare le derivate non stazionarie e quelle in u . Queste vanno quindi valutate con metodi CFD che esulano dagli strumenti impiegabili in un calcolo di tipo preliminare; Inoltre per alcuni casi di configurazione *Prandplane* Y_p potrebbe non essere trascurabile, come verrà illustrato nel capitolo 5.

Date le criticità riscontrate è necessario verificare le ipotesi di questo modello a posteriori, durante le fasi successive dello sviluppo della configurazione e se necessario modificare il modello lineare oppure, in caso si sia già giunti ad uno stadio avanzato

del progetto, si possono effettuare direttamente simulazioni non lineari includendo i parametri trascurati.

In seguito a queste ulteriori ipotesi semplificative il modello in assi stabilità e volo livellato assume la forma :

Modello del Piano Longitudinale in assi stabilità e volo livellato

$$\begin{cases} \dot{u} + \theta g &= X_u u + X_w w & + X_{\delta_e} \delta_e & + X_{\delta_t} \delta_t \\ \dot{w} - U_0 q &= Z_u u + Z_w w & + Z_{\delta_e} \delta_e & + Z_{\delta_t} \delta_t \\ \dot{q} &= M_u u + M_w w + M_q q + M_{\dot{w}} \dot{w} & + M_{\delta_e} \delta_e & + M_{\delta_t} \delta_t \\ \dot{\theta} &= q \end{cases} \quad (1.4)$$

Modello del Piano Latero-direzionale in assi stabilità e volo livellato

$$\begin{cases} \dot{v} + U_0 r - \phi g &= Y_v v & + Y_{\delta_a} \delta_a & + Y_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{p} &= L'_v v + L'_p p + L'_r r & + L'_{\delta_a} \delta_a & + L'_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{r} &= N'_v v + N'_p p + N'_r r & + N'_{\delta_a} \delta_a & + N'_{\delta_r} \delta_r \\ \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \end{cases} \quad (1.5)$$

e si riportano qui di seguito le ipotesi che sono state fatte nello sviluppo di tale modello :

- Volo livellato $|\vec{V}_0| = 0 \quad \gamma_0 = 0$
- Volo simmetrico $\beta_0 = 0$
- Ali livellate $\Phi_0 = 0$
- Terna di riferimento: Assi stabilità

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \\ \Theta_0 &= 0 \\ \gamma_0 &= 0 \\ U_0 &= |\vec{V}_0| \\ V_0 &= 0 \\ W_0 &= 0 \end{aligned}$$

- $X_q = X_{\dot{w}} = X_{\dot{u}} = Z_{\dot{u}} = M_{\dot{u}} = 0$
- $Y_p = 0$
- $Y_{\dot{v}} = L_{\dot{v}} = N_{\dot{v}} = 0$
- $1 - Z_{\dot{w}} \simeq 1$
- $U_0 + Z_q \simeq U_0$

- $U_0 - Y_r \simeq U_0$
- Piano $X - Z$ di simmetria inerziale $I_{xy} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zy} = 0$
- Velivolo con massa e distribuzione di massa costanti
- Terra piana e non rotante
- Effetti giroscopici delle masse rotanti trascurabili
- Validità della teoria delle piccole perturbazioni
- Condizione di riferimento di volo livellato stazionario
- Terna di riferimento assi stabilità
- Disaccoppiamento aerodinamico tra piano longitudinale e latero-direzionale
- Dipendenza lineare delle azioni aerodinamiche dalle perturbazioni e delle loro derivate temporali
- Validità dell'aerodinamica stazionaria, con eccezione del ritardo di downwash (derivate in \dot{w})

In appendice A si riportano le dipendenze tra derivate aerodinamiche dimensionali ed i coefficienti aerodinamici.

1.2 Dinamica longitudinale

Per l'analisi dei modi propri del velivolo e della risposta ai comandi si ricorre al metodo delle trasformate di Laplace con cui si può riscrivere il sistema di equazioni dato e ricavare informazioni riguardanti la dinamica. Applicando questo metodo alle equazioni del piano longitudinale si ottiene :

$$\begin{bmatrix} S - X_u & -X_w & g \\ -Z_u & S - Z_w & -U_0 S \\ -M_u & -(M_w + SM_{\dot{w}}) & S^2 - SM_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{\delta t} & 0 \\ 0 & Z_{\delta e} \\ 0 & M_{\delta e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_t \\ \delta_e \end{Bmatrix} \quad (1.6)$$

Per individuare i modi propri del sistema si procede analizzando il polinomio caratteristico della parte omogenea che assume una forma del tipo : $\Delta = AS^4 + BS^3 + CS^2 + DS + E$. Esclusi alcuni aerei ad elevata manovrabilità questo polinomio presenta due coppie di soluzioni complesse coniugate, una coppia con elevata pulsazione ed alto smorzamento e l'altra di ridotta pulsazione e basso smorzamento, queste rappresentano rispettivamente il modo di corto periodo (sp) e quello di lungo periodo o fugaide (lp).

Il polinomio caratteristico può essere riscritto come:

$$\Delta = (S^2 + 2\zeta_{SP}\omega_{SP}S + \omega_{SP}^2)(S^2 + 2\zeta_{LP}\omega_{LP}S + \omega_{LP}^2)$$

Si possono ottenere le dipendenze dei due modi dalle derivate aerodinamiche sviluppando modelli separati.

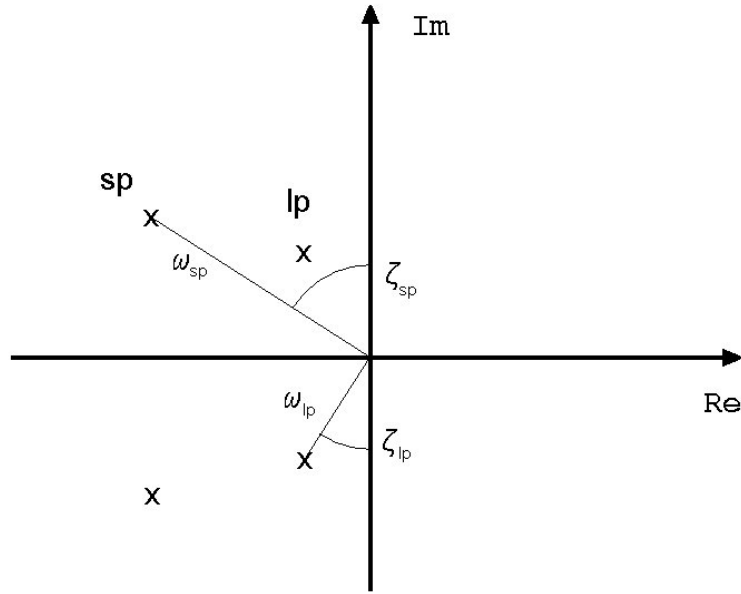


Figura 1.4: Poli della dinamica longitudinale

1.2.1 Modello di corto periodo

Il moto di corto periodo si manifesta solitamente come un moto oscillatorio nelle variabili α e θ e non interessa la variabile u che varia molto lentamente con tempi caratteristici molto superiori a quelli delle altre due variabili. Date queste premesse si può sviluppare un modello semplificato nel quale la variabile u viene esclusa. Per comodità al posto delle variabili w e θ si usano le variabili α e γ sfruttando il fatto che in assi stabilità $\theta = \alpha + \gamma$:

$$\begin{bmatrix} Z_\alpha & -U_0 \\ S^2 - (M_q + M_{\dot{\alpha}})S - M_\alpha & S - M_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\delta_e} \\ M_{\delta_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_e \end{Bmatrix} \quad (1.7)$$

Dal polinomio caratteristico di secondo grado di questo modello si ricava che :

$$\omega_{SP} = \sqrt{-M_\alpha + Z_w M_q}$$

$$\zeta_{SP} = (Z_w + M_q + M_{\dot{\alpha}})/(2\omega_{SP})$$

In questo lavoro di tesi si è notato che la derivata aerodinamica Z_q potrebbe assumere valori elevati, questo aspetto verrà approfondito nel capitolo 5 . Data questa eventualità potrebbe non essere più valida l'approssimazione di aver trascurato Z_q rispetto ad U_0 nel modello longitudinale. Si è così deciso di estendere il modello di corto periodo tenendo conto anche di Z_q . Aggiungendo al modello in α e γ il contributo delle derivate aerodinamiche dipendenti da q si ottiene:

$$\begin{cases} -U_0 \dot{\gamma} = Z_\alpha \alpha + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_q q \\ \dot{q} = M_\alpha \alpha + M_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + M_{\delta_e} \delta_e + M_q q \end{cases}$$

tenendo conto che $q = \dot{\alpha} + \dot{\gamma}$ e che $\dot{q} = \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma}$ si ha

$$\begin{cases} -U_0\dot{\gamma} = Z_\alpha\alpha + Z_{\delta_e}\delta_e + Z_q\dot{\alpha} + Z_q\dot{\gamma} \\ \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma} = M_\alpha\alpha + M_{\dot{\alpha}}\dot{\alpha} + M_{\delta_e}\delta_e + M_q\dot{\alpha} + M_q\dot{\gamma} \end{cases} \quad (1.8)$$

ricavando γ dalla prima equazione e sostituendo nella seconda si ricava :

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{Z_q}{U_0 + Z_q}\right) \ddot{\alpha} - \left(M_q \left(1 - \frac{M_q Z_q}{U_0 + Z_q}\right) + \frac{Z_\alpha}{U_0 + Z_q} + M_{\dot{\alpha}}\right) \dot{\alpha} - \left(M_\alpha - \frac{M_q Z_\alpha}{U_0 + Z_q}\right) \alpha = \\ = \frac{Z_{\delta_e}}{U_0 + Z_q} \dot{\delta}_e + \left(M_t \delta_e - \frac{M_q Z_{\delta_e}}{U_0 + Z_q}\right) \delta_e \end{aligned}$$

Al primo membro di questa equazione si puo' riconoscere una dinamica del secondo ordine in α la cui pulsazione e smorzamento sono simili a quelli della dinamica classica di corto periodo, modificati per tener conto di Z_q :

$$\omega_{SP} = \sqrt{\frac{-\left(M_\alpha - \frac{M_q Z_\alpha}{U_0 + Z_q}\right)}{\left(1 - \frac{Z_q}{U_0 + Z_q}\right)}} \quad (1.9)$$

$$\zeta_{SP} = -\frac{M_q \left(1 - \frac{M_q Z_q}{U_0 + Z_q}\right) + \frac{Z_\alpha}{U_0 + Z_q} + M_{\dot{\alpha}}}{2\omega_{SP} \left(1 - \frac{Z_q}{U_0 + Z_q}\right)} \quad (1.10)$$

Quando in seguito ci si riferirà ai poli di corto periodo si sottintenderà questa espressione delle loro caratteristiche.

1.2.2 Modello di lungo periodo

Ottenere un sistema semplificato di lungo periodo non è semplice come lo è stato per il corto periodo e puo' essere ottenuto trascurando nel sistema completo le derivate $M_{\dot{w}}$ M_q e trascurando la dipendenza da \dot{q} , queste considerazioni portano ad una approssimazione peggiore del comportamento della dinamica di lungo periodo rispetto a quella di corto periodo e se ne dovrà tenere conto nello sviluppo seguente quello preliminare:

$$\begin{bmatrix} S - X_u & -X_w & g \\ -Z_u & S - Z_w & -U_0 S \\ -M_u & -M_w & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ w \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{\delta_t} & 0 \\ 0 & Z_{\delta_e} \\ 0 & M_{\delta_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_t \\ \delta_e \end{Bmatrix} \quad (1.11)$$

Sviluppando il polinomio caratteristico di questo sistema si ottengono la pulsazione e lo smorzamento del moto di lungo periodo:

$$\begin{aligned} \omega_{LP} &= \sqrt{-\frac{g}{U_0} \left[Z_u - \frac{M_u}{M_\alpha} Z_\alpha \right]} \\ \zeta_{LP} &= -(X_u - \frac{M_u}{M_\alpha} (X_\alpha - g)) / (2\omega_{LP}) \end{aligned}$$

1.2.3 Risposta ai comandi

Per la determinazione della risposta ai comandi si risolve il sistema ricorrendo al metodo di Cramer come proposto in [4]. In genere per avere una approssimazione degli zeri della risposta ai comandi non si risolve il sistema completo ma si ricavano gli zeri dei singoli sotto-sistemi approssimanti una specifica dinamica che poi vengono inclusi nella risposta globale.

Un esempio di ciò può essere ricercato nello studio della risposta in θ al comando di equilibratore δ_e , in particolare applicando il metodo di Cramer al sistema 1.7 di corto periodo si ottiene lo zero di alta frequenza della funzione di trasferimento $\frac{\theta}{\delta_e}$ dato da:

$$\frac{1}{T_{\theta 2}} = -Z_w \left(1 - \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} \frac{M_w}{Z_w}\right) / \left(1 + \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} M_{\dot{w}}\right) \quad (1.12)$$

seguendo lo stesso procedimento anche per il modello di lungo periodo 1.11 ed eseguendo le opportune semplificazioni riportate in [4] si può ottenere anche lo zero di bassa frequenza come:

$$\frac{1}{T_{\theta 1}} = -X_u \left[1 - \frac{X_w Z_u}{Z_w X_u} \frac{\left(1 - \frac{M_u Z_{\delta_e}}{Z_u M_{\delta_e}}\right)}{\left(1 - \frac{Z_{\delta_e} M_w}{M_{\delta_e} Z_w}\right)}\right]$$

in questo modo la risposta globale in θ al comando di equilibratore δ_e è data da:

$$\frac{\theta}{\delta_e} = \frac{M_{\delta_e} \left(S + \frac{1}{T_{\theta 1}}\right) \left(S + \frac{1}{T_{\theta 2}}\right)}{(S^2 + 2\zeta_{SP}\omega_{SP}S + \omega_{SP}^2)(S^2 + 2\zeta_{LP}\omega_{LP}S + \omega_{LP}^2)}$$

1.3 Dinamica latero-direzionale

Per il piano latero-direzionale la trasformata di Laplace fornisce un sistema nella forma :

$$\begin{bmatrix} S - Y_v & -g/U_0 & 1 \\ -L'_\beta & S(S - L'_p) & -L'_r \\ -N'_\beta & -SN'_p & S - N'_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \phi \\ r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\delta r}^* & 0 \\ L'_{\delta r} & L'_{\delta a} \\ N'_{\delta r} & N'_{\delta a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{Bmatrix} \quad (1.13)$$

dove $Y_{\delta r}^* = Y_{\delta r}/U_0$.

Anche in questo caso il polinomio caratteristico del sistema fornisce un'equazione di quarto grado, la soluzione più comune tra le varie architetture di velivolo è però questa volta rappresentata da due radici reali, una negativa di modulo elevato e l'altra vicina all'origine, ed una coppia di radici complesse coniugate. Queste soluzioni rappresentano rispettivamente il moto di rollio, quello spirale ed il dutch roll. Il polinomio caratteristico può quindi essere espresso come :

$$\Delta = \left(S + \frac{1}{T_r}\right) \left(S + \frac{1}{T_s}\right) (S^2 + 2\zeta_{DR}\omega_{DR}S + \omega_{DR}^2)$$

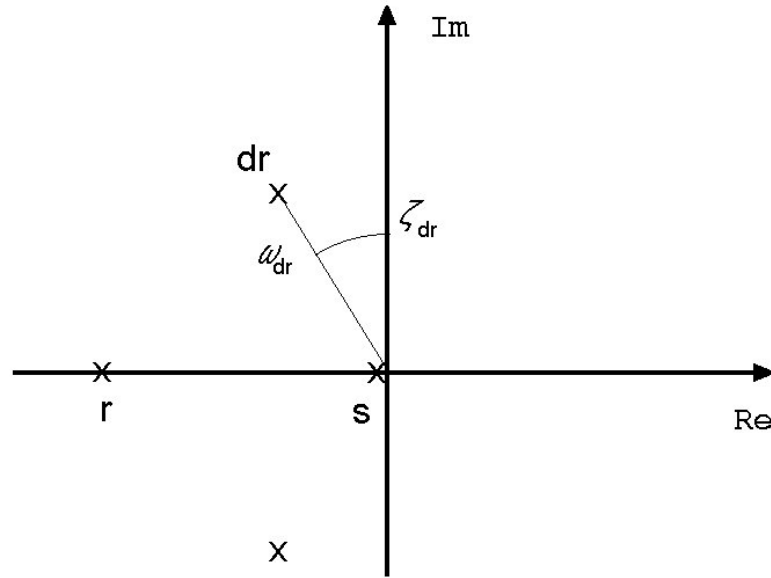


Figura 1.5: Poli della dinamica latero-direzionale

1.3.1 Modello di Rollio-spirale

Per il moto di rollio e di spirale si può ricorrere ad un unico sistema che da un'approssimazione dei due poli, l'approssimazione principale adottata in questo modello è quella di trascurare il termine $(S - Y_v)\beta$ nella prima equazione notando che le variazioni di β nel rollio e nella spirale sono trascurabili. L'assunzione $\dot{v} = 0$ agisce in modo da sopprimere il dutch roll. Si trascura anche la derivata Y_v per ridurre il grado del sistema, cioè si trascura la forza $Y_v v$, questa approssimazione è lecita nel caso la velocità v sia molto ridotta e con valori della derivata Y_v limitati, cade però in difetto qualora la derivata Y_v assuma valori elevati e quindi la forza $Y_v v$ non sia trascurabile. Nella configurazione *Prandtlplane*, in particolare per ali con elevato *gap* ed elevata corda all'estremità, la paratia laterale ha una superficie rilevante ed influisce direttamente sulla derivata Y_v , in questi casi bisognerà affrontare il problema con uno studio più accurato della spirale attraverso simulazioni. Data la particolare geometria della configurazione studiata comunque risulta che il modello presentato fornisce previsioni meno accurate rispetto a quelle che si ottengono per velivoli convenzionali.

$$\begin{bmatrix} 0 & -g/U_0 & 1 \\ -L'_\beta & S(S - L'_p) & -L'_r \\ -N'_\beta & -SN'_p & S - N'_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \phi \\ r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\delta r}^* & 0 \\ L'_{\delta r} & L'_{\delta a} \\ N'_{\delta r} & N'_{\delta a} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{Bmatrix} \quad (1.14)$$

Con l'approssimazione citata il sistema ha come polinomio caratteristico la seguente espressione:

$$\delta_{RS} = N'_\beta \left\{ S^2 + \left[-L'_p + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} (N'_p - \frac{g}{U_0}) \right] S + \frac{g}{U_0} \left[-L'_r + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} N'_r \right] \right\}$$

che è nella forma $\delta_{RS} = N'_\beta(S^2 + BS + C)$ dove $B = \frac{1}{T_R} + \frac{1}{T_S}$ e $C = \frac{1}{T_R} \frac{1}{T_S}$, dato che risulta B elevato e C di modulo ridotto significa che le due radici sono una di modulo elevato e l'altra vicina all'origine e si può quindi approssimare $B = 1/T_R$ ottenendo:

$$\frac{1}{T_R} = \left[-L'_p + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} \left(N'_p - \frac{g}{U_0} \right) \right]$$

$$\frac{1}{T_S} = T_R \frac{g}{U_0} \left[-L'_p + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} N'_r \right]$$

L'espressione del polo di rollio $\frac{1}{T_R}$ risulta quella tipica del rollio ad un grado di libertà ($-L'_p$) corretta da un piccolo termine.

Il tempo caratteristico di rollio T_R è proporzionale al tempo impiegato dalla dinamica di rollio a raggiungere il 99% del valore dell'angolo di rollio ϕ relativo alla condizione di regime, questo non verrà mai raggiunto in quanto la dinamica tende a tale valore asintoticamente.

Nello sviluppo di questo lavoro si manterrà l'espressione del polo di rollio ricavata dal modello di rollio-spirale in quanto questa espressione tende a sottostimare il tempo caratteristico di rollio (T_R) e porta ad un leggero sovradimensionamento dell'alettone in senso cautelativo.

Di seguito si riporta un confronto tra i due risultati per alcuni velivoli, i dati sono tratti da [8] e con CV si è indicata la condizione di volo di riferimento :

Condizione di volo	B747 CV3	B747 CV6	F104 CV3	F104 CV6	F4 CV4	F4 CV6
$\frac{1}{T_R}$	1,22	0.913	7.86	2.05	3.13	1.32
$\frac{1}{T_R} = -L'_p$	1,1008	0.791	7	1.72	3.11	1.22
$\frac{1}{T_R} = \left[-L'_p + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} \left(N'_p - \frac{g}{U_0} \right) \right]$	1.3838	0.998	8.94	2.21	3.14	1.35

Da questi dati si nota che i due modelli per la previsione del Tr hanno il comportamento citato in precedenza. Sempre dai dati riportati si nota che la tendenza dei modelli a sovrastimare o sottostimare il polo di rollio è confermata per velivoli con aerodinamica molto diversa tra loro, questo porta ad asserire che la tendenza citata è una caratteristica generale dei modelli valida per diverse classi di velivoli.

Sostituendo nell'espressione del polo spirale quella del polo di rollio ad un grado di libertà ($\frac{1}{T_R} = -L'_p$) si ha:

$$\frac{1}{T_S} = \frac{g}{U_0} \frac{L'_\beta N'_r - N'_\beta L'_r}{L'_p N'_\beta}$$

e si ottiene la classica condizione di stabilità della spirale :

$$L'_\beta N'_r - N'_\beta L'_r > 0$$

1.3.2 Modello di Dutch Roll

Per ottenere un modello approssimato di dutch roll si esclude solitamente il grado di libertà in ϕ , questa approssimazione è pesante dal punto di vista della corretta predizione dei poli ma è la sola che permetta di dare una stima approssimativa di questa dinamica in forma chiusa. La dinamica di dutch roll reale presenta un accoppiamento con il grado di libertà in rollio principalmente attraverso l'effetto diedro (L'_β) e l'approssimazione proposta è tanto più grossolana tanto più questo effetto è importante. Esprimendo il sistema nelle variabili η e β si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = Y_v \beta \\ \ddot{\beta} - (N'_r + Y_v) \dot{\beta} + (N'_\beta + N'_r Y_v) \beta = 0 \end{cases} \quad (1.15)$$

da cui si ricava una approssimazione della pulsazione e dello smorzamento del dutch roll

$$\omega_{DR} = \sqrt{N'_\beta + N'_r Y_v}$$

$$\zeta_{DR} = -(N'_r + Y_v)/(2\omega_{DR})$$

1.3.3 Risposta ai comandi

Il principale comando del piano latero-direzionale è quello di alettone, e la risposta al comando di maggior interesse è quella ϕ/δ_a . in questo specifico caso la risposta puo' essere ottenuta applicando il metodo di Cramer al sistema completo, infatti, avendo trascurato la derivata $Y_{\delta a}$ si ottiene :

$$\frac{\phi}{\delta a} = L'_{\delta a} \frac{(S^2 + 2\zeta_\phi \omega_\phi S + \omega_\phi^2)}{(S + \frac{1}{T_R})(S + \frac{1}{T_S})(S^2 + 2\zeta_{DR} \omega_{DR} S + \omega_{DR}^2)}$$

dove

$$(S^2 + 2\zeta_\phi \omega_\phi S + \omega_\phi^2) = S^2 - (Y_v + N'_r)S + N'_\beta + Y_v N'_r + \frac{N'_{\delta a}}{L'_{\delta a}} [L'_r(S - Y_v) - L'_\beta]$$

Questa coppia di zeri complessi coniugati ha la forma dei poli di dutch roll corretta da un termine moltiplicato da $\frac{N'_{\delta a}}{L'_{\delta a}}$. Questo rapporto è in genere molto piccolo e si puo' assumere la cancellazione tra poli di dutch roll e gli zeri di questa dinamica, se così non fosse è comunque possibile annullare il termine $N'_{\delta a}$, dovuto all'aumento di resistenza dell' alettone che si abbassa, mediante la contemporanea apertura di spoiler sull'ala opposta oppure attraverso alettoni di tipo Frise. Anche in caso di non completa cancellazione di poli e zeri complessi coniugati, data la loro vicinanza, la dinamica di dutch roll risulta comunque poco marcata e per un'analisi preliminare verrà trascurata, con questa approssimazione si ottiene una risposta del tipo:

$$\frac{\phi}{\delta a} = L'_{\delta a} \frac{1}{(S + \frac{1}{T_R})(S + \frac{1}{T_S})}$$

Come già visto le dinamiche di rollio e spirale sono molto separate, si può quindi supporre che in seguito ad un impulso di alettone, nei primi momenti del moto, la dinamica di rollio riesca a svilupparsi completamente facendo raggiungere all'aereo di un angolo di rollio che viene poi azzerato in tempi più lunghi dalla dinamica di spirale, nel caso quest'ultima sia stabile.

Per un'analisi che riguardi i primi secondi del moto è quindi lecito ricorrere alla dinamica di rollio ad un grado di libertà, ricordando però che $1/T_R$ è stato ricavato con il modello di rollio-spirale. dato che si analizzano solo i primi istanti del moto, il polo spirale che risulta di modulo limitato viene assunto come un polo nell'origine.

$$\frac{\phi}{\delta a} = L'_{\delta a} \frac{1}{S(S + \frac{1}{T_R})}$$

1.4 Qualità di volo

Le qualità di volo sono l'insieme delle caratteristiche dinamiche dell'aereo che concorrono alla formulazione del giudizio da parte del pilota. Queste sono state oggetto di studio fin dagli albori dell'aeronautica con l'intento di fornire ai progettisti dati utili per la realizzazione di aerei che soddisfacessero le richieste dei piloti senza dover passare per successivi stadi di sviluppo della macchina, i quali non sempre portavano ai risultati sperati.

La definizione delle qualità di volo presenta diverse difficoltà tra le quali: la standardizzazione del giudizio dei piloti, l'individuazione dei parametri progettuali che concorrono a definire tale giudizio e la definizione dei limiti entro cui i parametri devono ricadere.

Questi compiti risultano ostici soprattutto a causa della soggettività del giudizio, infatti tralasciando le ovvie differenze tra pilota e pilota, si è notato che piloti appartenenti a diverse generazioni danno giudizi diversi della stessa macchina. Con generazione di piloti si intende un gruppo di piloti che hanno avuto percorsi addestrativi ed esperienze di pilotaggio su macchine simili. Con l'evoluzione tecnologica del settore aeronautico le caratteristiche degli addestratori basici e delle macchine in servizio sono cambiate nel tempo e quindi ad esempio i piloti attuali possono giudicare insoddisfacenti le caratteristiche di aerei risalenti al 1950 o viceversa. Da quanto detto si evince che le qualità di volo richieste ad un aereo devono essere continuamente aggiornate ed in fase progettuale si deve tenere conto della generazione di piloti che utilizzerà la macchina che si sta sviluppando.

Il primo passo per la standardizzazione del giudizio è stato compiuto con l'introduzione della scala di *Cooper-Harper* nel 1969, questa scala assegna un livello da 1 a 10 ad una qualità del velivolo in base al carico di lavoro richiesto al pilota per raggiungere la prestazione voluta. Se la compensazione del pilota non è necessaria al raggiungimento della prestazione voluta il giudizio è ottimo e viene assegnato il livello 1, mentre se nonostante un elevato carico di lavoro sul pilota non si riesce a raggiungere la prestazione desiderata il giudizio è pessimo e viene assegnato un livello elevato, questo concetto è alla base della stima delle qualità di volo.

Scala Cooper-Harper

<i>Aircraft characteristics</i>	<i>Demands on the pilot in selected task or Required Operation</i>	<i>Pilot Rating</i>
Excellent; highly desirable	Pilot compensation not a factor for desired performance	1
Good; negligible deficiencies	Pilot compensation is not a factor for desired performance	2
Fair; some mildly unpleasant deficiencies	Minimal pilot compensation required for desired performance	3
Minor but annoying deficiencies	Desired performance requires moderate pilot compensation	4
Moderately objectionable deficiencies	Adequate performance requires considerable pilot compensation	5
Very objectionable but tolerable deficiencies	Adequate performance requires extensive pilot compensation	6
Major deficiencies	adequate performance not attainable with maximum tolerable pilot compensation. Controllability not in question	7
Major deficiencies	Considerable pilot compensation is required for control	8
Major deficiencies	Intense pilot compensation required to retain the control	9
Major deficiencies	Control will be lost during some portion of the required operation	10

Per raggiungere gli altri 2 obiettivi, cioè l'individuazione dei parametri progettuali e la definizione dei limiti entro cui devono ricadere per avere un giudizio adeguato, si ricorre a *Diagrammi Iso-opinione* i quali individuano campi di valori di parametri progettuali all'interno dei quali si ha un giudizio omogeneo.

Un diagramma iso-opinione riguardante una caratteristica dell'aeromobile non è però utilizzabile in generale ma è relativo ad una sola classe di velivoli; si riporta infatti l'esempio del Boeing 707, primo aereo a getto della sua classe, che ricadeva in una zona del diagramma iso-opinione (ricavato da velivoli precedenti) indicata dal punto A in figura 1.6 e che invece era giudicato positivamente dai piloti.

Questo tipo di studi è stato affrontato in maniera sistematica in campo militare dal *Department of Defence U.S.A* attraverso le specifiche MIL-F-8785C [5] e le successive MIL-STD-1797 MIL-STD-1797A MIL-HDBK-1797, le quali stabiliscono i

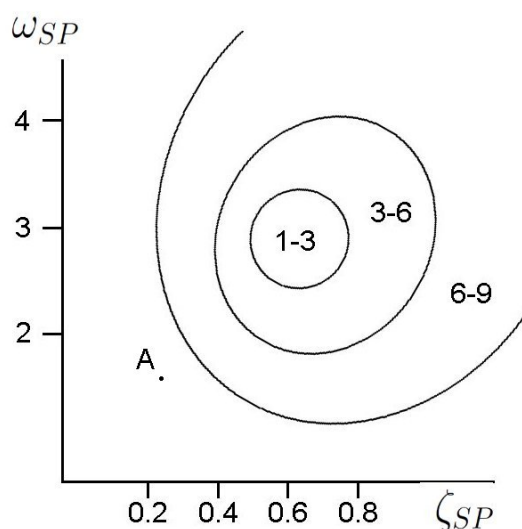


Figura 1.6: Diagramma iso-opinione

limiti dei parametri progettuali che i velivoli militari devono rispettare per essere accettati dalle forze armate degli U.S.A. .

In queste specifiche si tratta in maniera razionale il problema delle qualità di volo e lo stesso approccio verrà utilizzato in questo lavoro di tesi, in particolare si farà riferimento a [5] che presenta lo stesso metodo utilizzato negli altri documenti ma risulta più sintetico visto che le successive evoluzioni delle specifiche sono caratterizzate prevalentemente da modifiche di carattere burocratico.

In particolare in [5] le qualità di volo sono valutate in 3 livelli: nel primo, indicato con "level 1" le qualità di volo sono adeguate alla missione che il velivolo deve svolgere; nel secondo ("level 2 ") la missione può essere portata a termine ma ci possono essere un aumento del carico di lavoro sul pilota o una diminuzione dell'efficacia nello svolgimento della missione, o entrambi, mentre nel terzo livello ("level 3") le qualità di volo sono tali da poter permettere un controllo sicuro dell'aereo, ma il carico di lavoro sul pilota risulta eccessivo o la missione non può essere portata a termine adeguatamente od entrambi gli eventi.

Si ha inoltre la suddivisione in 4 classi di velivoli indicati con numeri i romani I, II, III e IV : la prima riguarda velivoli leggeri, la seconda aerei di medie dimensioni e manovrabilità relativamente bassa, la terza aerei di grandi dimensioni e bassa manovrabilità mentre la quarta riguarda velivoli ad alta manovrabilità.

E' presente anche una suddivisione in tre categorie delle fasi di volo dell'aereo (A, B e C): in tutte si richiede un preciso controllo della traiettoria, nella prima sono richieste anche manovre rapide ed un buon controllo dell'aereo, nella seconda le manovre sono invece compiute gradualmente pur dovendo mantenere un buon controllo del velivolo, mentre nella terza sono richieste solo manovre graduali senza dover mantenere uno stretto controllo dell'aereo.

Per ognuna di queste suddivisioni è richiesto un particolare valore di uno o più parametri di progetto, in particolare le principali caratteristiche di interesse per questo lavoro di tesi sono:

- Sensibilità del controllo longitudinale (CAP)
- Smorzamento di corto periodo
- Requisiti di dutch roll
- Requisiti di rollio
- Stabilità della spirale

Un esempio di vincoli imposti sullo smorzamento di corto periodo è presentato nella figura

TABLE IV. *Short-period damping ratio limits.*

Level	Category A and C Flight Phases		Category B Flight Phases	
	Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
1	0.35	1.30	0.30	2.00
2	0.25	2.00	0.20	2.00
3	0.15 ^a	-	0.15 ^a	-

Figura 1.7: Requisiti di smorzamento del corto periodo

1.4.1 C.A.P

La sensibilità del controllo longitudinale è un argomento nel quale si palesa in modo evidente la differenza tra le variabili rappresentative del moto del velivolo e quelle che vengono percepite dal pilota ed interpretate al fine del controllo della macchina. Quando il pilota agisce sull'equilibratore effettua una manovra nel piano longitudinale che consiste nel richiedere un incremento del fattore di carico che incurva la traiettoria del velivolo per un breve periodo, in seguito, se non viene variata anche la spinta, la traiettoria con $\gamma \neq 0$ non può essere mantenuta e nel lungo periodo l'aereo si stabilizzerà su una traiettoria rettilinea a fattore di carico unitario ad una velocità diversa da quella iniziale. Quando il pilota effettua la manovra in genere è per immettersi su una traiettoria di salita o discesa e quindi varia contemporaneamente la spinta per mantenere il rateo di salita; da questo si deduce che il comando di equilibratore è utilizzato soprattutto per manovrare nel corto periodo. Si pone a questo punto il problema di come il pilota, volendo richiedere un fattore di carico a regime di corto periodo, stabilisca l'entità del comando di equilibratore. Vari studi hanno dimostrato che il pilota prevede la variazione di fattore di carico a regime di corto periodo $((\Delta n_z)_{\infty SP})$ basandosi sulla velocità di beccheggio assunta dal velivolo nell'istante iniziale di applicazione del comando (\dot{q}_0) , le dipendenze di queste due variabili dai parametri già esposti sono riportate di seguito:

$$\dot{q}_0 = M_{\delta_e}$$

$$(\Delta n_z)_{\infty SP} = \frac{(a_z)_{\infty SP}}{g} = \frac{(\dot{w} - U_0 q)_{\infty SP}}{g} = \frac{-U_0(q)_{\infty SP}}{g} = \frac{-U_0 \frac{M_{\delta e}}{\omega_{SP}^2 T_{\theta 2}}}{g}$$

Da queste espressioni si puo' evincere che \dot{q}_0 è equivalente a soltanto una delle variabili che contribuiscono a definire il valore di $(\Delta n_z)_{\infty SP}$ e quindi non è assolutamente sufficiente per effettuare una previsione del fattore di carico a regime di corto periodo. Dato che il pilota comunque si affida alla sola \dot{q}_0 è necessario stabilire il valore che devono assumere le altre variabili al fine di avere una relazione biunivoca tra \dot{q}_0 e $(\Delta n_z)_{\infty SP}$.

La soluzione proposta in [5] consiste nel definire il C.A.P. (Control Anticipator Parameter) come :

$$CAP = \frac{\omega_{SP}^2}{n/\alpha}$$

Si puo' stabilire la dipendenza del C.A.P. dai parametri precedentemente citati come di seguito :

$$\begin{aligned} CAP &= \frac{\dot{q}_0}{\Delta n_{z\infty SP}} = -g \frac{\dot{q}_0}{a_{z\infty SP}} = -\frac{g}{U_0} \frac{\dot{q}_0}{(\dot{w} - U_0 q)_{\infty SP}} = \frac{g}{U_0} \frac{\dot{q}_0}{U_0 q_{\infty SP}} = \\ &= \frac{g}{U_0} \frac{M_{\delta e}}{\frac{\omega_{SP}^2}{T_{\theta 2}}} \simeq -g \frac{\omega_{SP}^2}{Z_\alpha} = -\frac{W}{m} \frac{\omega_{SP}^2}{Z_\alpha} \simeq -\frac{W \omega_{SP}^2}{\frac{\delta L}{\delta \alpha}} = -\frac{\omega_{SP}^2}{n/\alpha} \end{aligned}$$

Cioè il C.A.P. è equivalente al rapporto tra \dot{q}_0 e $\Delta n_{z\infty SP}$ e definisce perciò il valore di tutti gli altri parametri nell'espressione del $(\Delta n_z)_{\infty SP}$.

La normativa [5] stabilisce un valore del C.A.P. massimo ed uno minimo per ogni categoria di velivolo e fase di volo. Dall'ultima uguaglianza si nota che il vincolo sul C.A.P. si traduce in un vincolo sulla pulsazione dei poli di corto periodo che sarà quindi limitata, come si evince dalla figura 1.8

1.4.2 Smorzamento di corto periodo

Nei requisiti di corto periodo figura anche un vincolo sull'intervallo di valori che possono essere assunti dallo smorzamento, vengono precisati sia un valore minimo, in modo che la variazione periodica di incidenza si estingua in tempi ragionevoli, sia un valore massimo, maggiore di 1. Quest'ultimo vincolo puo' essere spiegato precisando che in questo caso utilizzando l'espressione solitamente assunta per il corto periodo ($S^2 + 2\zeta_{SP}\omega_{SP}S + \omega_{SP}^2$) ed inserendovi un valore di ζ_{SP} maggiore di 1 si ottengono due radici reali negative $-\omega_{SP}(\zeta_{SP} \pm \sqrt{\zeta_{SP}^2 - 1})$ ed il vincolo è rivolto a limitare il modulo di tali radici.

In figura 1.8 vengono riassunti graficamente i requisiti di relativi ai poli di corto periodo

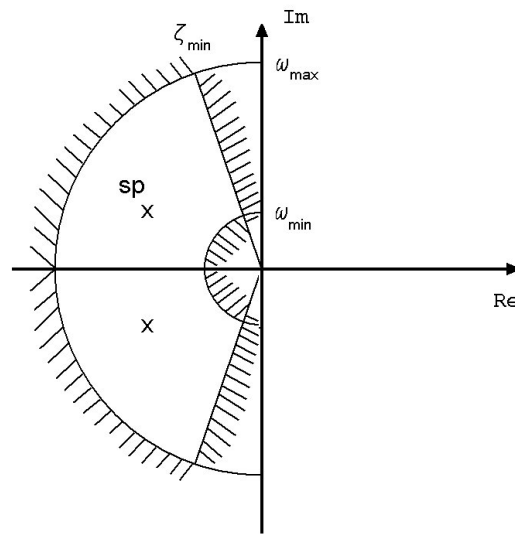


Figura 1.8: Requisiti di corto periodo

1.4.3 Requisiti di dutch roll

Per quanto riguarda i requisiti di dutch roll, questi consistono nella definizione di uno smorzamento ζ_{DR} e una pulsazione ω_{DR} minimi, inoltre si richiede anche che la parte reale dei poli sia maggiore di un limite prefissato. Grazie a queste limitazioni si garantisce che il modo sia di bassa intensità e si estingua rapidamente.

In figura 1.9 vengono riportate le limitazioni imposte al dutch roll.

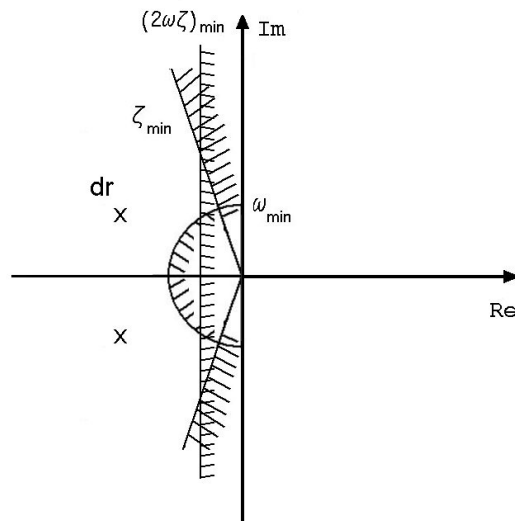


Figura 1.9: Requisiti di dutch roll

1.4.4 Requisiti di rollio

La dinamica di rollio, come è già stato visto, è una dinamica ad un grado di libertà molto importante per la manovra del velivolo ed è direttamente influenzata dal comando di alettone. In [5] si prescrive un valore minimo del polo di rollio $\frac{1}{T_r}$ al fine di ottenere che la velocità di rollio p raggiunga il valore di regime in tempi molto brevi, questo permette al pilota di utilizzare il comando di alettone come un comando di rate, cioè un controllo diretto sulla velocità di rollio. Se il polo fosse di modulo ridotto il tempo impiegato dalla velocità di rollio p per giungere a regime sarebbe elevato ed il pilota, non vedendo sviluppare la velocità di rollio richiesta, aumenterebbe la deflessione laterale della barra sovracomandando, a questo punto, in tempi più lunghi di quelli previsti dal pilota, si svilupperebbe una velocità di rollio troppo elevata e quest'ultimo sarebbe costretto a controcomandare, questo significherebbe un aumento del carico di lavoro sul pilota e quindi un giudizio negativo.

Un'altra prescrizione riguarda la velocità di rollio stessa, in [5] il vincolo è espresso mediante l'imposizione del raggiungimento di un determinato angolo di rollio in un tempo prefissato, in altri testi come ad esempio in [6] si specifica invece l'angolo di elica definito come p_2^b/V . Nel primo caso, nel tempo impiegato per raggiungere l'angolo di rollio richiesto, è compreso anche il transitorio durante il quale la velocità di rollio raggiunge il valore di regime che però in questo lavoro di tesi verrà trascurato, così facendo, in entrambi i casi, il vincolo è imposto sulla velocità di rollio di regime.

In figura 1.10 vengono illustrati i requisiti imposti sui poli di rollio

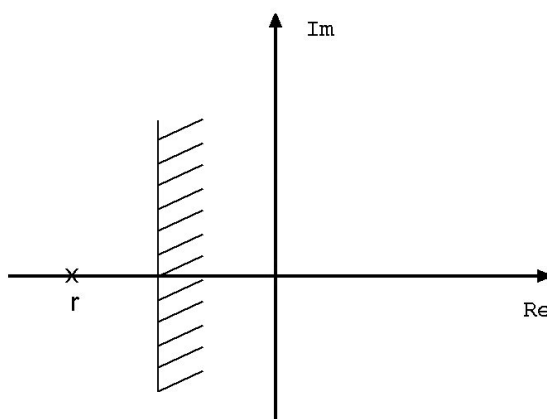


Figura 1.10: Limitazioni sul polo di rollio

1.4.5 Stabilità della spirale

Sempre in [5] la dinamica di spirale viene caratterizzata tramite condizioni sul relativo polo $\frac{1}{T_s}$, in particolare si ammette che la spirale sia instabile ma imponendo tempi di raddoppio sufficientemente lunghi da permettere al pilota di controllare la divergenza dalla condizione di equilibrio senza un carico di lavoro eccessivo.

In figura 1.11 si mostra il tipo di limitazione imposta sul polo spirale.

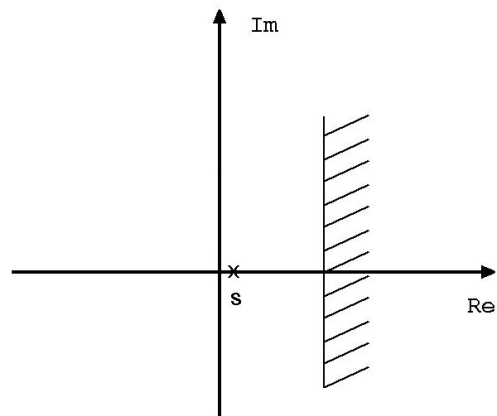


Figura 1.11: Limitazioni sul polo spirale

Capitolo 2

Interfacce programma

2.1 Obiettivo del programma

Date le premesse sulla dinamica del volo e sulle qualità di volo si è sviluppato un programma che permetta il dimensionamento automatico dei comandi principali di un generico aereo di configurazione *Prandtlplane* e che dia una stima delle qualità di volo partendo da dati di input provenienti da altri programmi.

Le informazioni necessarie al dimensionamento aeromeccanico, seppur preliminare, possono essere raggruppate in quattro principali categorie:

- Dati Geometrici
- Dati inerziali
- Dati aerodinamici
- Dati della condizione di volo

Per valutare tali informazioni si fa riferimento a diversi software sviluppati precedentemente all'interno del ex *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale*.

In particolare, per quel che riguarda i dati geometrici del velivolo si fa riferimento al programma A.S.D. che permette di ottenere un disegno C.A.D. del velivolo partendo da semplici dati geometrici di ala e fusoliera. Per i dati ponderali si fa invece riferimento ad un programma sviluppato espressamente per il dimensionamento strutturale di aerei con configurazione *Prandtlplane* nominato IdiSA. Per l'analisi aerodinamica, dato che lo scopo di questo programma è un dimensionamento preliminare, ci si è rivolti all'utilizzo di un metodo a pannelli che, a fronte di una minor precisione nella previsione delle derivate aerodinamiche, garantisce tempi di calcolo nettamente inferiori a quelli di un metodo C.F.D. In particolare il programma utilizzato è A.V.L. (Athena Vortex Lattice). Il programma permette di ricavare direttamente il luogo delle radici delle equazioni della dinamica ma in questo lavoro di tesi si è preferito ottenere solo le derivate aerodinamiche. Questa scelta è stata guidata dal fatto che, sfruttando i modelli approssimati esposti nel capitolo 1, è possibile comprendere meglio la dinamica del volo di una configurazione *Prandtlplane* attraverso il confronto con le derivate aerodinamiche di macchine della stessa classe

ma di configurazione tradizionale; inoltre ai fini del dimensionamento è più immediato capire su quali derivate aerodinamiche agire per ricavare le qualità di volo volute.

Ottenuti i dati geometrici ed inerziali attraverso opportune interfacce il programma passa all'analisi della dinamica longitudinale modificando la geometria degli equilibratori in input al metodo a pannelli fino a ricavare le caratteristiche volute, lo stesso viene ripetuto con la dimensione degli alettoni per il piano latero-direzionale. Per rendere possibili queste operazioni è stata creata un'interfaccia che, partendo dai dati geometrici ricavati da A.S.D., crea automaticamente la geometria in ingresso ad A.V.L.. Contemporaneamente alle procedure di dimensionamento vengono effettuati controlli sulle qualità di volo non direttamente relazionate ai comandi.

In figura 2.1 si riporta uno schema delle interfacce del programma sviluppato

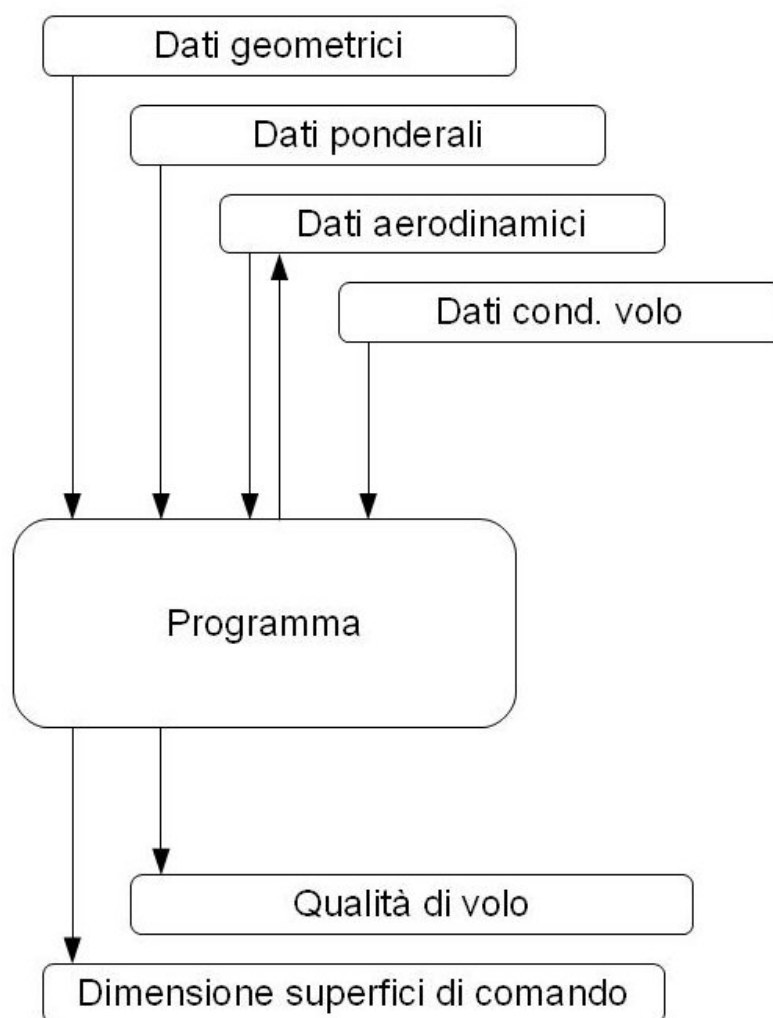


Figura 2.1: Diagramma delle interfacce del programma

2.2 Dati di input

2.2.1 Dati della condizione di volo

Per l'analisi della dinamica linearizzata di un velivolo è fondamentale il metodo di progetto; infatti, come si può evincere dalle equazioni esposte nel capitolo 1 e dalle espressioni delle derivate aerodinamiche in appendice A, queste considerano costanti le grandezze V e ρ , cioè velocità di volo e densità dell'aria e sono perciò relative ad una condizione di volo fissata. In genere la condizione di volo è definita attraverso le variabili di altitudine h e Mach M che attraverso le relazioni dell'atmosfera standard permettono di ricavare appunto V e ρ . Nella figura 2.2 si riporta un esempio di schema con cui si definiscono le condizioni di volo nelle quali effettuare i controlli. Il programma sviluppato è perciò in grado di analizzare solo una condizione di volo alla volta, sarà quindi necessario stabilire una serie di punti nell'involuppo di volo della macchina dove controllare le caratteristiche della stessa. Al fine del dimensionamento delle superfici di controllo, sarà necessario scegliere l'estensione massima tra quelle fornite dal programma nei vari punti.

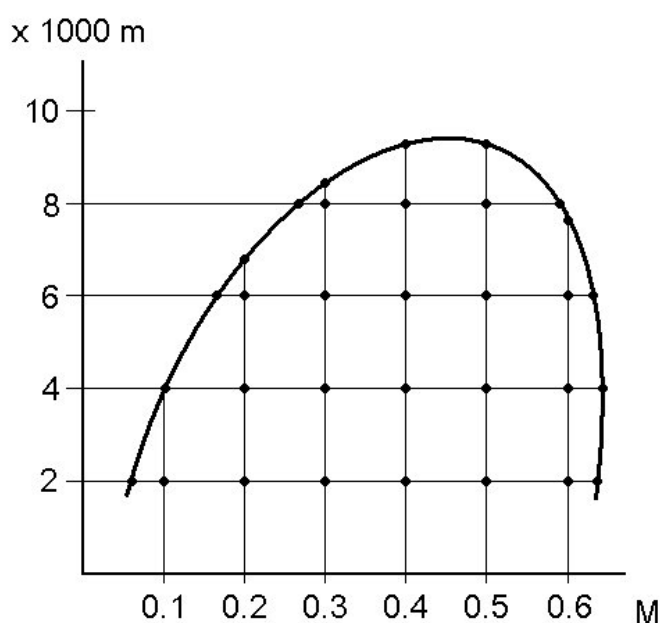


Figura 2.2: Involuppo di volo

La condizione di volo è definita inoltre dalle grandezze inerziali della macchina, infatti nell'espressione delle derivate aerodinamiche sono presenti la massa totale m ed i momenti d'inerzia I_{xx} I_{yy} I_{zz} I_{xz} . Queste grandezze possono variare durante il volo principalmente a causa del consumo di carburante; sarà perciò necessario fornire insieme ai dati ponderali relativi alla struttura anche quelli relativi alla quantità e distribuzione del carburante. In questo programma si assume che questi vengano inseriti già sommati all'interno del vettore dei pesi strutturali come sarà specificato in seguito.

2.2.2 A.S.D.

Come già accennato, A.S.D. permette di ricavare un disegno C.A.D. del velivolo partendo da semplici parametri geometrici relativi alle superfici da disegnare; questi dati sono differenti a seconda che si voglia disegnare una superficie di tipo ala o di tipo fusoliera. Il programma permette inoltre di disegnare anche raccordi tra tali superfici. Le superfici di tipo ala vengono disegnate come sequenza di spezzoni di ala trapezia con in comune una centina; questo rende molto semplice la creazione di un'ala tipica di un velivolo da trasporto attuale in quanto questa è solitamente caratterizzata da due tronchi, uno interno ed uno esterno separati dal kink. Per le superfici di tipo ala serve specificare il tipo di profilo aerodinamico che si vuole utilizzare per ogni troncone, la posizione del bordo d'attacco della prima centina che si vuole disegnare, l'estensione in apertura di ogni tronco alare, la dimensione delle corde dei profili che separano i tronconi, o alternativamente, la prima corda e i rapporti di rastremazione, l'angolo di freccia e di diedro di ogni troncone ed infine lo svergolamento e l'inclinazione sugli altri assi di ogni profilo specificato. A questo punto il programma permette di generare un file C.A.D. dell'ala; in realtà ai fini di questo lavoro di tesi non si utilizza tale file ma si memorizzano i dati sopra citati principalmente al fine di costruire una geometria semplificata durante la realizzazione del modello per il metodo a pannelli e per il calcolo dei dati inerziali. Il file C.A.D. ha comunque importanza nello sviluppo della configurazione in quanto può essere utilizzato dal programma di dimensionamento strutturale e da programmi di analisi C.F.D. nelle fasi di progetto successive.

In figura 2.3 si riporta la geometria di un velivolo *Prandtlplane* creata tramite A.S.D.

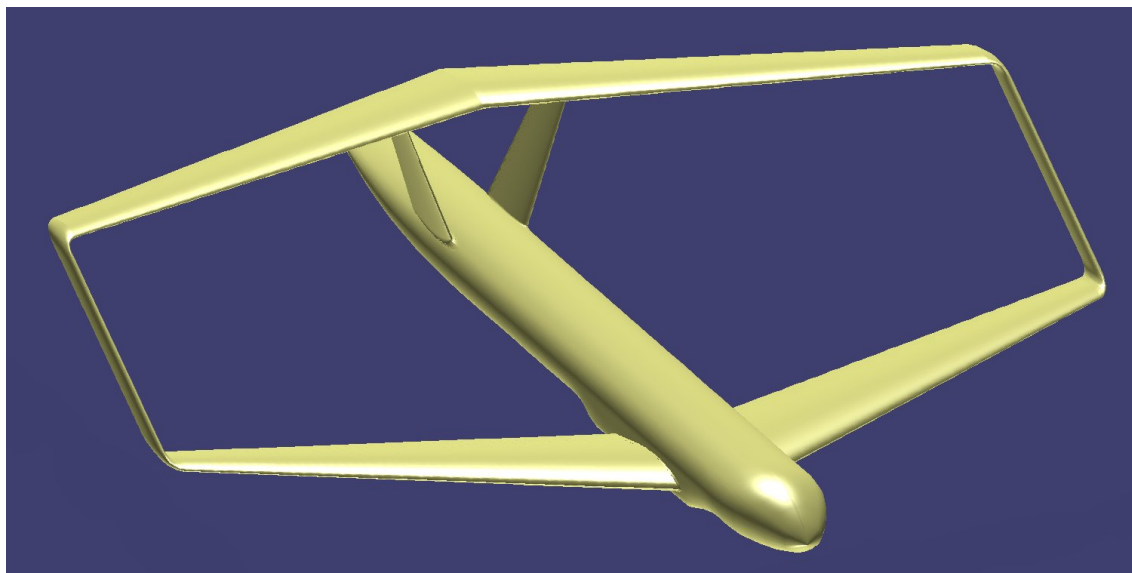


Figura 2.3: Esempio di geometria creata tramite ASD

2.2.3 IdiSA

IdiSA è il programma di dimensionamento strutturale, il cui funzionamento è già stato descritto in altri lavori di tesi [7], a cui si rimanda per approfondimenti. Al fine dell'analisi aeromeccanica, i dati importanti da ricavare dal dimensionamento strutturale sono le aree delle sezioni dei vari tronconi di struttura in cui è stato suddiviso il velivolo. Per ogni componente strutturale, come ad esempio ala, paratia e fin, viene creato un vettore in cui sono raccolte le aree delle sezioni con spaziatura che in genere è di $\frac{2}{100}$ della lunghezza totale del componente. Come verrà descritto in seguito nel capitolo 3.2, da questi dati, uniti a quelli geometrici, è possibile ricavare il volume di ogni suddivisione del componente, moltiplicando questo per la densità media del materiale si ottiene la massa strutturale della geometria così discretizzata. Per ottenere risultati verosimili occorre sommare alle informazioni del peso strutturale ulteriori dati circa i pesi del combustibile e dei sistemi.

2.2.4 AVL

A.V.L. è un programma che utilizza un metodo a pannelli semplificato per determinare le forze agenti su una superficie aerodinamica. Il metodo utilizzato viene detto Vortex Lattice Method (VLM): la principale semplificazione rispetto ad un metodo a pannelli tradizionale consiste nel trascurare lo spessore della superficie portante.

Il VLM è basato sulla teoria del flusso potenziale ed in particolare sul teorema di reciprocità. Alla base di questa teoria ci sono le ipotesi di flusso incomprimibile, non viscoso e di campo irrotazionale. Per il VLM si fanno le ulteriori ipotesi di superfici portanti sottili e di piccoli angoli di incidenza.

Date le ipotesi, il campo di moto è conservativo ed esiste perciò un potenziale del flusso; il vettore velocità può essere definito come:

$$\vec{V} = \nabla \phi$$

ed il campo di moto è descritto dall'equazione di Laplace:

$$\nabla^2(\phi) = 0$$

Dato che l'equazione di Laplace è un'equazione lineare del secondo ordine è possibile applicare il principio di sovrapposizione degli effetti. Grazie a questa osservazione si può determinare il potenziale di perturbazione del flusso asintotico partendo dai potenziali elementari di sorgenti/-pozzi e di doppiette. Si può dimostrare che il potenziale generato da una doppietta, al di fuori della singolarità, è analogo al potenziale di un vortice.

Il VLM, a differenza del metodo a pannelli tradizionale, schematizza le superfici portanti come superfici di spessore infinitesimo, sulle quali viene posta una distribuzione di vortici a staffa. La forma di questi vortici è stata scelta in quanto è necessario introdurre la condizione di Kutta sul bordo d'uscita dell'ala. Scegliendo un vortice ad anello applicato sul contorno di ogni pannello si ottiene un filamento vorticoso sul bordo d'uscita e di conseguenza una velocità indotta infinita. Data questa considerazione si assume perciò che il filamento vorticoso dell'ultimo pannello

sul dorso non si richiuda su se stesso ma si prolunghi all'infinito a valle ottenendo un vortice a staffa.

Fisicamente la differenza di pressione ai capi della scia è nulla e perciò la differenza di potenziale è costante, questo implica che non è necessaria una distribuzione di vortici sulla scia. La forma della scia non è nota a priori e nel metodo a pannelli si assume che questa si stacchi dal bordo d'uscita e prosegua parallelamente al flusso asintotico.

Nel VLM la geometria dell'ala viene riprodotta attraverso la sua forma in pianta, l'angolo diedro e lo svergolamento. Questa geometria viene suddivisa in n pannelli e ad ogni pannello è associato un vortice a staffa di intensità incognita.

In figura 2.4 è rappresentata una semiala come si presenta dopo la suddivisione in pannelli.

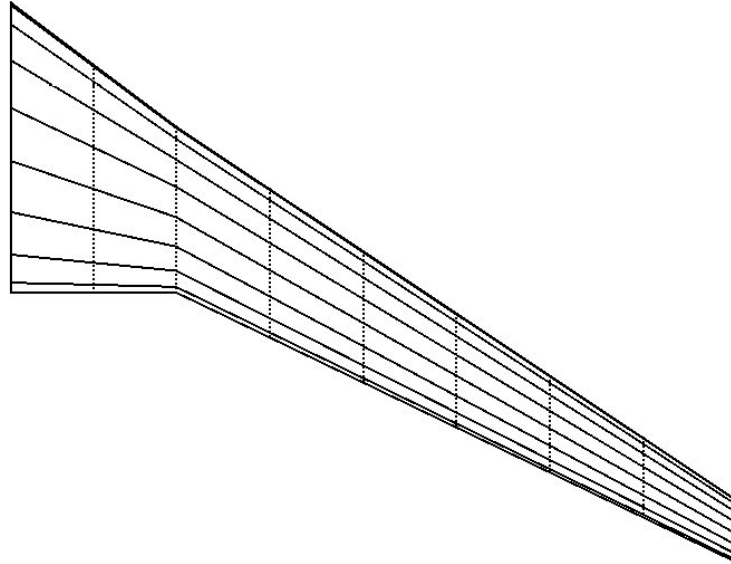


Figura 2.4: Esempio di geometria alare creata tramite AVL

A questo punto si calcola la velocità indotta da ogni vortice in diversi punti di controllo per una intensità unitaria, creando una matrice di influenza aerodinamica W :

$$W = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,n} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{n,1} & \dots & \dots & w_{n,n} \end{bmatrix}$$

In seguito si applica la condizione al contorno ad ogni punto di controllo. La condizione al contorno è in genere una condizione di non penetrazione che impone la tangenza del flusso alla superficie aerodinamica, cioè un annullamento della velocità perpendicolare alla superficie. Si ottiene così un sistema lineare le cui incognite sono le intensità dei vortici γ_i ed il termine noto è costituito dal vettore delle velocità b_i normali a ciascun pannello in corrispondenza del rispettivo punto di controllo.

$$\begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,n} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_{n,1} & \dots & \dots & w_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \dots \\ \gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

Risolvendo questo sistema si ottengono le intensità dei vortici e quindi il potenziale di perturbazione e la velocità indotta dai vortici nei punti di controllo.

In A.V.L. è implementato un metodo che permette di modellizzare corpi affusolati a sezione circolare. Questa funzionalità sfrutta lo stesso procedimento del VLM su di un asse su cui sono distribuite singolarità del tipo sorgente/–pozzo. con questo metodo si modellizzano fusoliere, serbatoi esterni ecc.

Una volta nota la perturbazione del potenziale è possibile attraverso il teorema di Bernoulli calcolare le velocità e quindi le forze agenti sulla superficie.

Grazie a questi metodi è possibile ricavare le forze agenti sulle superfici aerodinamiche, la resistenza indotta e, di conseguenza, le derivate aerodinamiche del velivolo.

Il procedimento citato è valido in caso di analisi di un flusso incomprimibile. Nel caso di flusso comprimibile si possono sfruttare le regole di equivalenza di Goethert per effettuare l'analisi su una geometria affine alla prima in un flusso incomprimibile ed estrarre i risultati nei punti corrispondenti. L'affinità che permette la trasformazione della geometria è stabilita dalle regole di Goethert e deforma la geometria di partenza in base al numero di Mach considerato. Questo metodo è in genere valido fino ad un Mach asintotico di 0,3, dopo di che, in alcuni punti del corpo, possono verificarsi fenomeni relativi ad onde d'urto che non sono tenuti in conto da questa teoria.

Come già accennato, in A.V.L. le superfici portanti con sezione di forma assimilabile ad un profilo aerodinamico (nominate nel programma come di tipo Surface) vengono modellate come una superficie piana sulla quale è presente una distribuzione di vortici; questo tipo di superficie viene utilizzato principalmente per la rappresentazione delle ali, del fin e delle paratie laterali del velivolo studiato. Le superfici di oggetti a sezione circolare (tipo Body) invece vengono modellate come una sorgente posizionata al centro della sezione; in questo modo vengono rappresentare fusoliere.

Il programma A.V.L. richiede in input il numero di Mach per il quale si vuole effettuare l'analisi, la corda, la superficie e l'apertura alare di riferimento, la posizione del baricentro e, se esiste, viene richiesta la definizione del piano di simmetria del velivolo. In seguito si passa alla creazione delle superfici aerodinamiche; analogamente ad A.S.D., le ali sono rappresentate tramite tronchi trapezi di cui si devono definire solo i dati relativi alle corde di discontinuità tra un tronco e l'altro, e, in particolare, il tipo di profilo aerodinamico impiegato, le coordinate del bordo d'attacco di ogni corda, la dimensione della corda, l'angolo di incidenza e, se presente, l'estensione in corda della superficie di comando. Per ogni superficie è necessario specificare anche il numero di suddivisioni in corda e in apertura ed il tipo di spaziatura che può essere più densa al bordo d'attacco, al bordo d'uscita o equispaziata. Come anticipato si possono definire anche oggetti di tipo fusoliera caricando un file rappresentante la sezione longitudinale e specificando il punto in cui verrà posizionata la prua.

Una volta caricata la geometria il programma permette di effettuare un'analisi aerodinamica imponendo vincoli sull'incidenza α , β sulle deflessioni delle superfici di comando od alternativamente sul C_L .

Tra i vari output che fornisce A.V.L., figurano i coefficienti aerodinamici di portanza C_L , di momento C_M e di resistenza C_D ; in caso non si specifichi il C_{D0} del velivolo in esame nel C_D figura solo la parte di resistenza indotta. In seguito all'analisi è possibile richiedere una stima delle derivate aerodinamiche in forma adimensionale che vengono calcolate con riferimento alla posizione del baricentro.

2.2.4.i Validazione AVL

Si è proceduto a verificare quale fosse la miglior rappresentazione geometrica di un velivolo nel codice a pannelli al fine dell'ottenimento delle derivate aerodinamiche; in particolare, la rappresentazione della fusoliera è molto influente sul risultato finale soprattutto per quel che riguarda il piano latero-direzionale. La fusoliera può essere rappresentata come un oggetto di tipo Body od alternativamente se ne può rappresentare la sezione longitudinale o in pianta separando il caso della dinamica latero-direzionale da quella longitudinale. Non è possibile rappresentare le due superfici contemporaneamente a causa del fatto che l'intersezione di due superfici genera punti singolari che il programma non è in grado di gestire, lo stesso accade se la scia di una superficie incide su un'altra superficie, per cui bisognerà prestare attenzione a non porre un elemento Surface in ombra aerodinamica al bordo d'uscita di un'altro elemento dello stesso tipo.

Come velivolo di confronto è stato scelto l'aereo da trasporto militare a lungo raggio C-5A, del quale si conoscono le derivate aerodinamiche ed i dati principali della configurazione attraverso la raccolta dati NTIS riportata in [8]; i profili aerodinamici invece sono stati ottenuti tramite un database open source. La verifica consiste nel confrontare le derivate aerodinamiche del velivolo in questione con quelle ricavate tramite i coefficienti aerodinamici A.V.L ed i dati della condizione di volo. Data la difficoltà nel reperimento di tali dati, soprattutto per numeri di mach inferiori a 0,3, non è stato possibile effettuare le stesse verifiche con altri velivoli. Questo tipo di analisi andranno ripetute appena saranno rese disponibili le informazioni relative a configurazioni *Prandtlplane* al fine di avere conferme sulla validità del metodo applicato a tale tipo di velivoli.

La prima rappresentazione scelta è di verifica e vi sono riportati solo l'ala, il fin e la coda orizzontale riprodotti attraverso elementi di tipo Surface; nelle tabelle seguenti è identificata dal nome "Ref". La seconda rappresentazione, indicata con "Body", è derivata dalla prima con l'aggiunta della fusoliera tramite un corpo a sezione circolare di tipo Body. La terza rappresentazione di prova è stata pensata per ottenere derivate aerodinamiche attendibili per il piano longitudinale ed è stata denominata "FlatH". Il disegno si differenzia dalla prima rappresentazione per la modifica del tratto centrale dell'ala che ha corda di mezz'ala di lunghezza pari alla lunghezza della fusoliera. La quarta rappresentazione viene indicata con FlatV ed è caratterizzata dalle stesse superfici della prima, a queste è stata aggiunta di una superficie verticale sul piano di mezz'ala che riproduce il profilo della fusoliera.

Questa rappresentazione ha lo scopo di valutare meglio le derivate aerodinamiche del piano latero-direzionale influenzate dalla componente di perturbazione v .

Si riporta di seguito una tabella con le derivate aerodinamiche della condizione di volo 1 dei dati NTIS caratterizzata da un Mach di 0,221 e quota di volo pari al livello del mare.

Derivata aerodinamica	NTIS	Ref	Body	Flat H	Flat V
Zw	-0.634	-0.585	-0.659	-0.619	-0.594
Mw	-0.00475	-0.0102	-0.0036	-0.0104	-0.0111
Zq	N.D.	-5.036	-4.789	-5.406	-5.002
Mq	-0.61	-0.7708	-0.8832	-0.7842	-0.7759
Yv	-0.0775	-0.0259	-0.0255	-0.026	-0.043
$L'\beta$	-0.635	0.0364	-0.006	-0.3357	0.3585
$N'\beta$	0.11	0.35	-0.22	0.339	0.095
$L'p$	-1.09	-0.986	-1.004	-0.988	-0.987
$N'p$	-0.156	-0.296	-0.0223	0.1759	-0.1721
$L'r$	0.613	0.272	0.142	0.099	0.079
$N'r$	-0.231	-0.299	-0.1588	-0.0996	-0.2958
$L'\delta_a$	0.461	0.671	0.714	0.671	0.670
$N'\delta_a$	0.0522	0.179	0.1900	0.1788	0.1794

Nelle figure 2.5, 2.6, 2.7 e 2.8 sono riportate le varie rappresentazioni

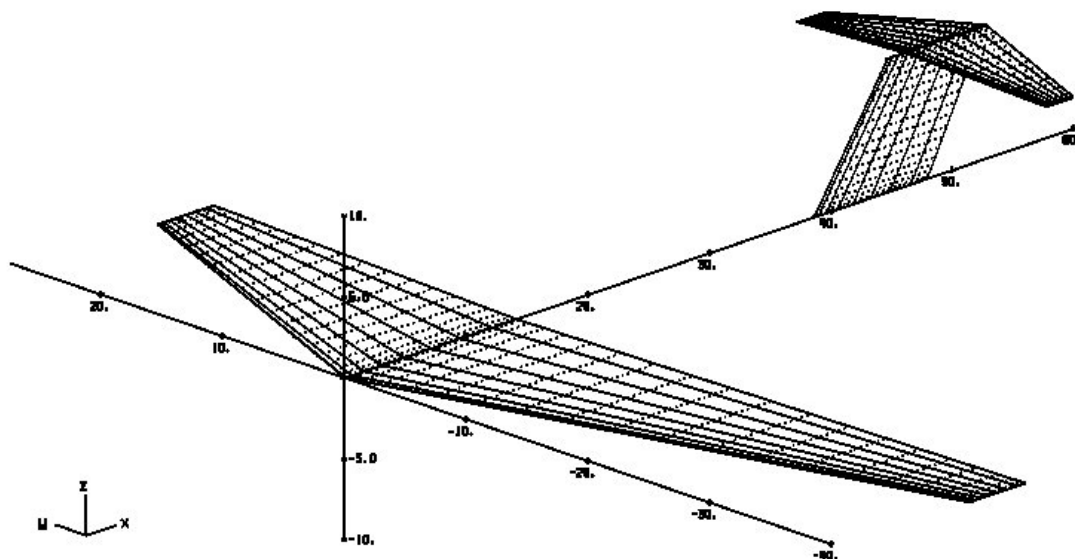


Figura 2.5: Rappresentazione Ref

La condizione di volo 2 è caratterizzata dalla stessa altitudine della precedente ma con numero di Mach pari a 0,3.

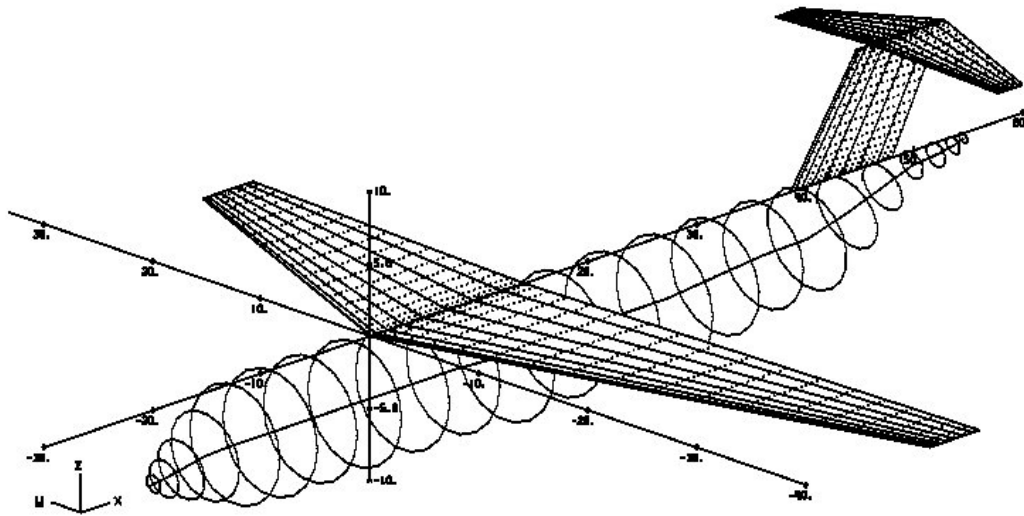


Figura 2.6: Rappresentazione Body

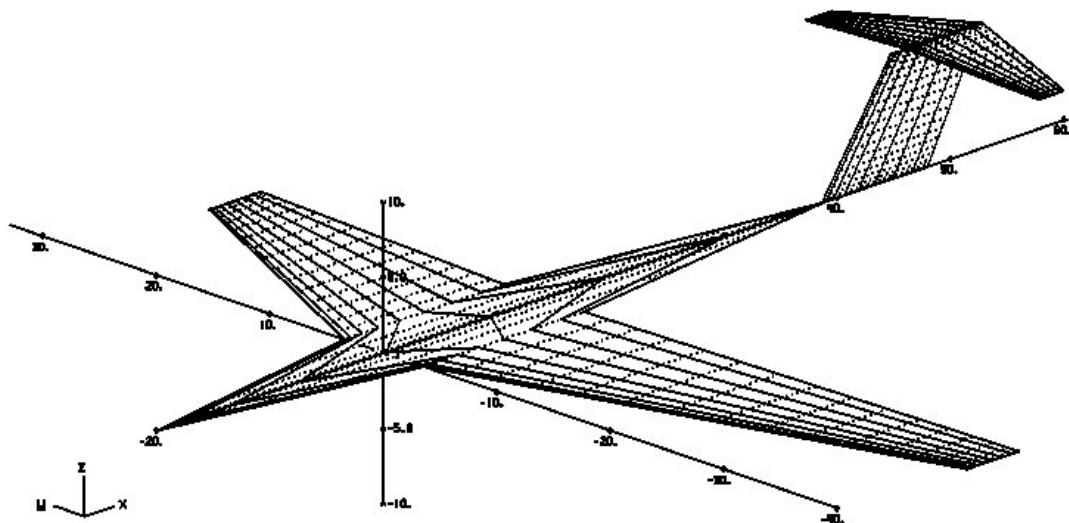


Figura 2.7: Rappresentazione FlatH

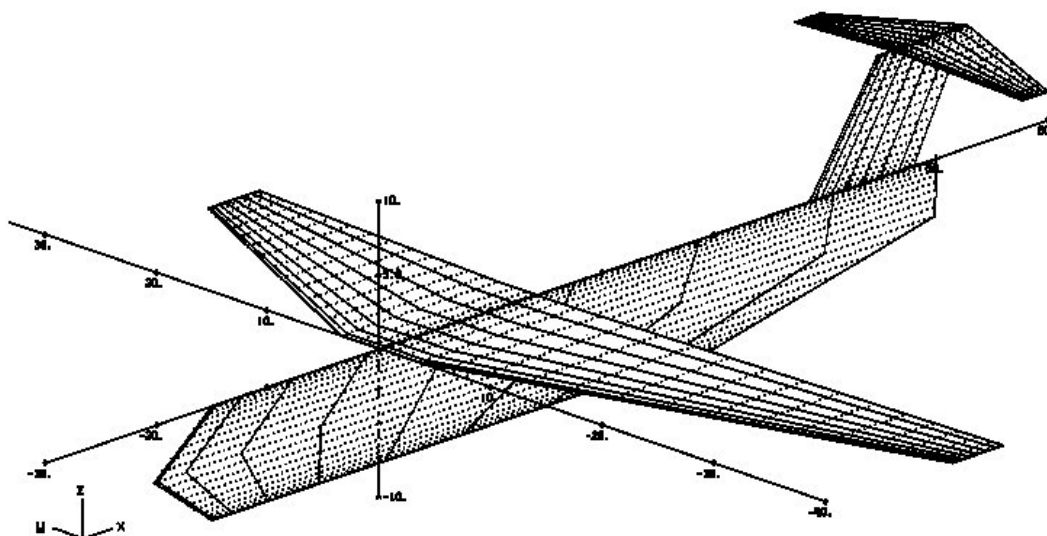


Figura 2.8: Rappresentazione FlatV

Derivata aerodinamica	NTIS	Ref	Body	Flat H	Flat V
Zw	-0.572	-0.596	-0.011	-0.606	-0.583
Mw	-0.0079	-0.0110	-0.0039	-0.0096	-0.0103
Zq	N.D.	-5.026	-4.972	-5.401	-5.009
Mq	-0.773	-0.7749	-0.878	-0.778	-0.7718
Yv	-0.0995	-0.0268	-0.024	-0.024	-0.036
$L'\beta$	-0.863	0.3449	-0.446	-0.0009	0.0102
$N'\beta$	0.15	0.35	-0.27	0.015	0.021
$L'p$	-0.997	-0.988	-0.995	-1.029	-0.986
$N'p$	-0.150	-0.177	-0.286	0.325	-0.2958
$L'r$	0.613	0.099	0.324	0.273	0.251
$N'r$	-0.187	-0.1776	-0.2859	-0.296	-0.2958
$L'\delta_a$	0.321	0.681	0.0352	0.6811	0.6808
$N'\delta_a$	-0.0126	0.122	0.0061	0.122	0.122

Le derivate aerodinamiche ricavate con questo metodo sono affette da molti errori; infatti, oltre a quelli derivanti dal metodo a pannelli vanno aggiunti anche quelli dovuti alla difficoltà di riproduzione della esatta geometria delle superfici, del tipo di alettoni e dei raccordi aerodinamici. Altri errori sono dovuti alle separazioni di scia non previste nel metodo a pannelli ed alla stima approssimata della posizione del baricentro. Risulta importante anche l'errore dovuto all'ipotesi di velivolo rigido: la flessibilità della struttura, soprattutto alle estremità alari, limita l'efficacia dei comandi e questo ha come conseguenza una sovrastima di alcune derivate di comando come quelle degli alettoni. Nel caso di configurazione *Prandtlplane* il vincolo delle estremità alari è diverso da quello del caso in esame e la reale perdita di efficacia andrà valutata con analisi aeroelastiche più approfondite.

Per il velivolo C-5A non sono stati resi noti i dati riguardanti la derivata Zq e

quindi non si può verificare la bontà del metodo nella previsione di questa grandezza; si può però dedurre che Zq sia valutato con buona approssimazione dal momento che Mq , generato dal medesimo effetto, viene stimato adeguatamente; inoltre dal confronto con velivoli della stessa classe si nota che questa derivata aerodinamica ha un analogo ordine di grandezza.

Capitolo 3

Struttura del programma

Il programma sviluppato consiste principalmente in 4 moduli distinti: il primo è costituito da un'interfaccia con A.S.D. da cui vengono ricavati i dati geometrici della configurazione; questi sono poi organizzati in strutture funzionali ai calcoli successivi insieme ai dati sulla condizione di volo.

Il secondo consiste in un' interfaccia con il programma strutturale IdiSA con cui vengono ricavati i dati ponderali. Nello stesso modulo unendo le informazioni inerziali a quelle geometriche, si ottengono la massa totale ed i momenti d'inerzia globali del velivolo.

Il terzo modulo riguarda l'analisi della dinamica longitudinale, in questa parte del programma viene creato un file geometrico di input per A.V.L e lanciata l'analisi con il metodo a pannelli; in seguito, viene creato un file di output da cui si leggono le derivate aerodinamiche, con queste si determina l'incremento delle dimensioni dell'equilibratore necessario a soddisfare i vincoli di equilibrio e di raggiungimento del massimo fattore di carico. Se è richiesto un incremento della superficie di controllo si ripete l'analisi con il metodo a pannelli su una geometria modificata, questo fino al soddisfacimento dei vincoli. Sfruttando le derivate aerodinamiche calcolate nell'ultima iterazione si procede alla stima delle qualità di volo mediante i modelli approssimati proposti nel paragrafo 1.2.

Nel quarto modulo si procede con l'analisi della dinamica latero-direzionale; anche in questo caso viene creato un file contenente la geometria in input ad A.V.L. che analizza la configurazione e restituisce le derivate aerodinamiche desiderate. In questo caso non è necessaria la ricerca di un punto di equilibrio in quanto, avendo supposto la simmetria geometrica del velivolo rispetto al piano longitudinale, la condizione iniziale di volo simmetrico è già equilibrata. Dalle derivate aerodinamiche, utilizzando i modelli del paragrafo 1.3, viene stimata la velocità di rollio di regime, in caso questa non sia sufficiente, l'analisi con il metodo a pannelli viene ripetuta su una geometria che presenta alettoni di apertura maggiorata fino all'ottenimento della prestazione voluta. In seguito a questa procedura vengono analizzate le qualità di volo relative al piano latero-direzionale.

In figura 3.1 è schematizzata la struttura generale del programma

In questo lavoro di tesi non è stata prevista una procedura automatica di dimensionamento delle superfici fisse mirata ad ottenere le qualità di volo richieste. Il motivo di questa scelta deriva dal fatto che le qualità di volo dipendono da un elevato

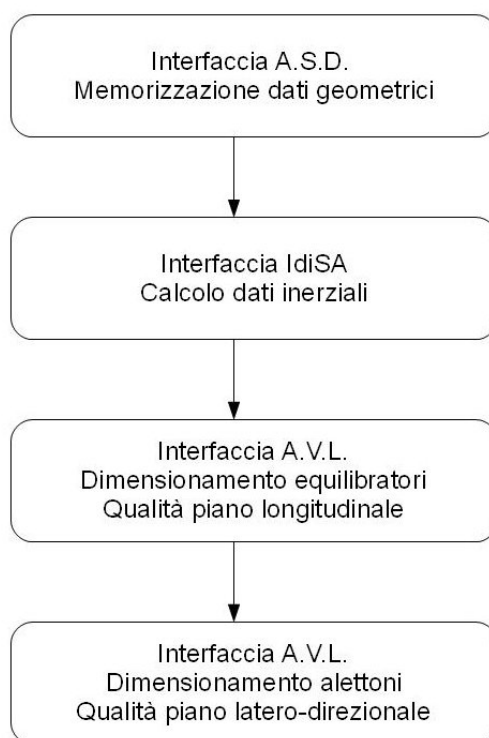


Figura 3.1: Struttura generale del programma

numero di grandezze che non è sempre possibile variare a piacimento. Le variabili da cui dipendono le qualità di volo infatti possono essere vincolate dal disegno di dettaglio del singolo progetto, come ad esempio vincoli strutturali, funzionali o dalle prestazioni richieste. Un altro problema consiste nel fatto che nel variare una derivata aerodinamica al fine di migliorare una specifica qualità di volo spesso si influenza negativamente un altro aspetto della dinamica. Dati i problemi sopra citati è stato deciso di lasciare al progettista la scelta di quale variabile modificare proponendo alcune possibili soluzioni da seguire; tra queste, oltre alla modifica della geometria e di altre grandezze di input, si potrebbe rendere necessario ricorrere a sistemi automatici di aumento della stabilità, in particolare in caso non sia gradito un deterioramento delle prestazioni.

3.1 Memorizzazione dati geometrici

3.1.1 Sistema di riferimento

Il programma utilizza un sistema di riferimento per la geometria analogo a quello scelto per il disegno delle configurazioni in A.S.D., e consiste in un sistema di assi con origine posta all'estremità del muso del velivolo, asse X rivolto verso il retro dell'aereo asse Z diretto verso l'alto ed asse Y orientato verso l'ala destra. Per la determinazione della dinamica del velivolo si utilizza invece il sistema di riferimento

degli assi stabilità già citato nel capitolo 1. Nella figura 3.2 si riporta lo schema degli assi di riferimento.

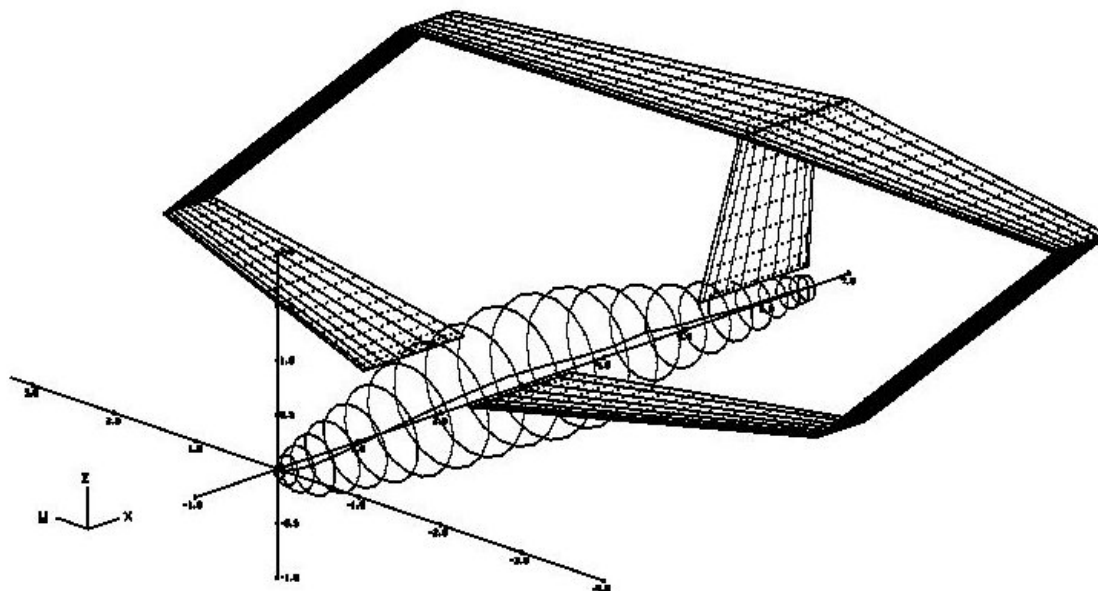


Figura 3.2: Sistema di riferimento utilizzato per la memorizzazione dei dati geometrici

3.1.2 Organizzazione dei dati geometrici

I principali dati geometrici che vengono raccolti sono quelli relativi alle superfici aerodinamiche. Si sono avanzate alcune ipotesi sulla configurazione al fine di giungere ad una standardizzazione che permetta l'automatizzazione della procedura. La prima ipotesi consiste nel ritenere che ogni ala sia costituita da non più di due tronconi, cioè presenti al più un solo Kink; questo è plausibile per aerei da trasporto merci e passeggeri ed è quasi sempre verificato anche per aerei leggeri di concezione moderna. La seconda ipotesi riguarda la configurazione alare, ovvero che l'ala inferiore sia posta anteriormente e quella superiore sia situata posteriormente alla sommità della deriva. La terza ipotesi riguarda la deriva; il programma è in grado di discriminare tra sole due possibili configurazioni del fin, cioè singolo o doppio. Questa ultima ipotesi ricopre comunque la quasi totalità dei casi. Nelle figure 3.3 e 3.4 sono riportati i due tipi di configurazione.

I dati riguardanti le superfici sono raccolti in due strutture diverse, una per i dati che riguardano le corde alari e l'altra per i dati relativi ai tronchi alari compresi tra le corde. I dati riguardanti le corde alari sono le tre coordinate del bordo d'attacco della corda (x y z), la lunghezza della corda alare " c " e lo svergolamento geometrico *Twist*. Questi dati vengono raccolti per l'ala anteriore, posteriore, deriva e paratie laterali. L'ala anteriore presenta un attraversamento della fusoliera sia nel caso sia posta in posizione alta o bassa. Con il programma A.S.D. si disegna solo la

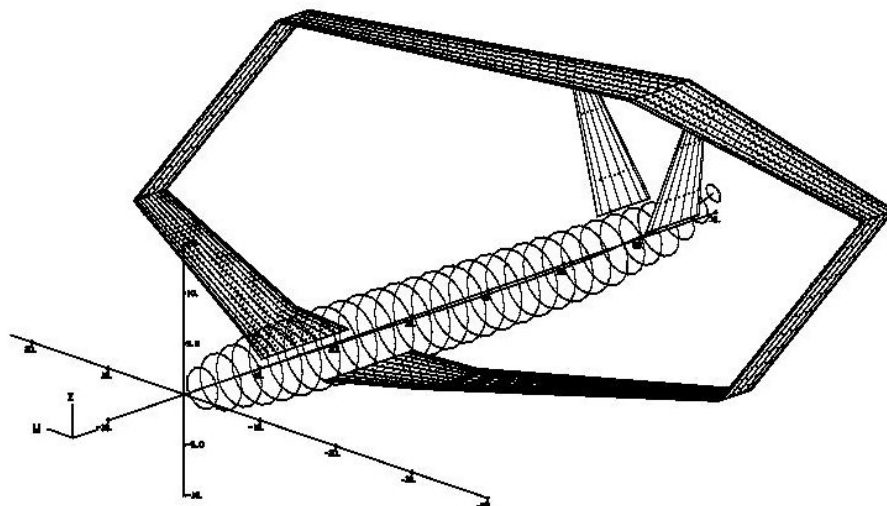


Figura 3.3: Configurazione fin doppio

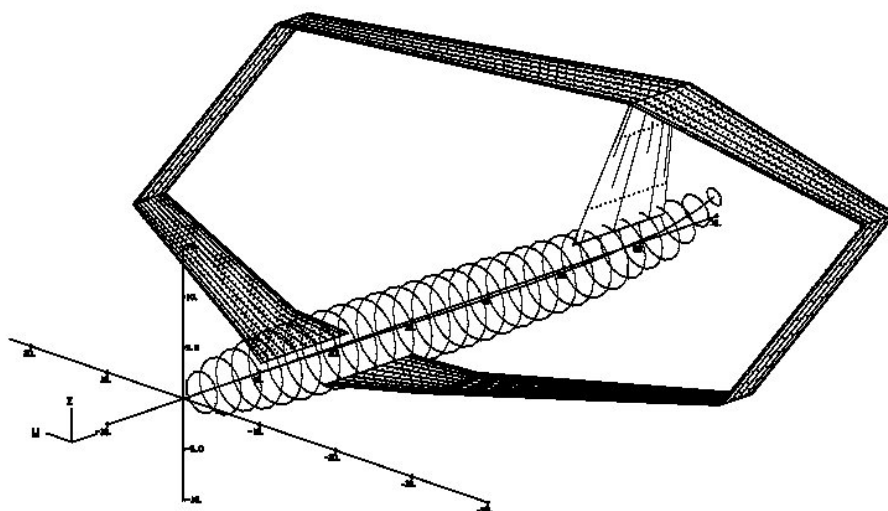


Figura 3.4: Configurazione fin singolo

geometria esterna del velivolo e quindi la prima corda memorizzata è quella al root. Per sopperire a questo inconveniente, il programma estrapola la dimensione della corda sulla mezzeria prolungando i bordi d'attacco e di uscita del tronco alare interno. Figura estrapolazione corda mezzeria.

Nella tabella seguente è riportata la struttura di memorizzazione dei dati di un'ala anteriore con kink che risulta essere quella più complessa.

Geometria corde	Centerline	Root	Kink	Tip
x	0	3	5	7
y	0	2	5	14
z	0	0	0.5	1
c	5	4	3.5	1.5
<i>Twist</i>	2	1	0	- 3

Per la memorizzazione dei dati dei tronchi alari compresi tra le corde si utilizza una struttura analoga contenente informazioni sul rapporto di rastremazione del tronco (R), degli angoli di freccia misurati al bordo d'attacco (λ_{LE}), a quello di uscita (λ_{TE}), a $0.25c$ ed a $0.5c$. Si memorizza anche la superficie del tronco S , il diedro, la corda media aerodinamica del tronco considerato cma e le coordinate del bordo d'attacco di quest'ultima ($xcma$ $ycma$). Di seguito si riporta un esempio sempre riguardante l'ala anteriore, la quale presenta anche il tronco alare compreso tra la linea di mezzeria ed il root.

Dati tronchi alari	Fusoliera	Inboard	Outboard
R	1.2	1.2	3
λ_{25}	25	25	28
λ_{LE}	30	30	30
λ_{TE}	18	18	25
λ_{50}	23	23	25
S	35	30	38
cma	4.5	4.2	3.1
$xcma$	1	1.5	3.7
$ycma$	0.9	3.1	9.6
<i>diedro</i>	0	0	3

La superficie di riferimento è stata calcolata sommando le aree delle due ali, come apertura di riferimento è stata scelta l'apertura alare, che per la configurazione *Prandtlplane* è uguale per entrambe le ali, e come corda di riferimento è stata scelta la corda media aerodinamica. La corda media aerodinamica della configurazione globale è stata ricavata mediando le corde medie aerodinamiche dei vari tronchi con la rispettiva superficie; lo stesso procedimento è stato adottato per trovare la sua posizione longitudinale.

Grazie alla scelta del sistema di riferimento, i soli dati della fusoliera che vengono memorizzati sono il suo diametro e la distanza dell'ultimo punto della fusoliera rispetto al bordo d'attacco dell'ala posteriore. Dovrà inoltre essere fornito un file

contenente le coordinate dei punti necessarie a ricostruire il profilo laterale della fusoliera.

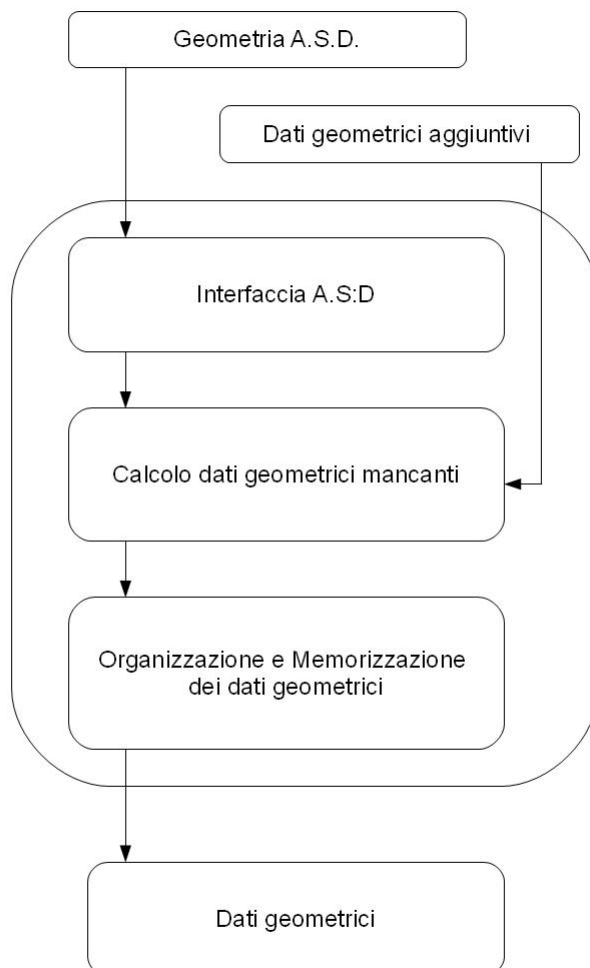


Figura 3.5: Struttura modulo dati geometrici

3.2 Calcolo dei dati inerziali

I dati inerziali sono fondamentali al fine del calcolo delle caratteristiche dinamiche del velivolo e la loro stima deve essere il più possibile precisa. Come già accennato i dati di interesse sono la massa totale del velivolo m , la posizione del baricentro ed il tensore d'inerzia I ; di quest'ultimo, date le ipotesi di simmetria del velivolo fatte in precedenza, le uniche componenti non nulle sono I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} ed I_{xz} .

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{xy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

A livello preliminare, grazie al programma di dimensionamento strutturale, sono noti soltanto i dati ponderali relativi alla struttura, ed in genere, grazie all'analisi della missione del velivolo, anche quelli riguardanti il carburante. I dati relativi ad altri sistemi come l'impianto del carburante, gli attuatori delle superfici di controllo, l'impianto di ipersostentazione e l'impianto di antighiaccio non sono ancora noti. Per velivoli convenzionali solitamente si ricorre ad un metodo empirico per il dimensionamento di tali impianti; per la configurazione *Prandtlplane* purtroppo non sono ancora disponibili tali metodi data la scarsità di dati riguardanti velivoli operativi. Dati questi inconvenienti, si è sviluppato un metodo di calcolo dei dati inerziali sufficientemente flessibile da permettere l'aggiunta di nuovi elementi in un secondo momento, qualora si rendano disponibili metodi per stimarne le masse e la loro disposizione.

I momenti d'inerzia sono definiti come :

$$I_{x_i, x_i} = \int_{x_1, x_2, x_3} m(x_1, x_2, x_3)(x_j^2 + x_k^2) dx_1 dx_2 dx_3$$

$$I_{x_i, x_j} = \int_{x_1, x_2, x_3} m(x_1, x_2, x_3) x_i x_j dx_1 dx_2 dx_3$$

dove $i, j, k = 1, 2, 3$ e $x_i \neq x_j \neq x_k$.

I momenti con indici identici sono i momenti *principali* d'inerzia, mentre i quelli con indici diversi sono i momenti *centrifughi* d'inerzia.

Data la proprietà additiva che si evince dalla definizione è possibile calcolare un momento d'inerzia di una parte di struttura e sommarlo semplicemente a quello delle altre parti in modo da ottenere il momento d'inerzia globale, ad esempio :

$$I_{xx} = \int_{ala} m(x, y, z)(y^2 + z^2) dx dy dz + \int_{fus} m(x, y, z)(y^2 + z^2) dx dy dz + \dots =$$

$$(I_{xx})_{ala} + (I_{xx})_{fus} + \dots$$

Questa proprietà è interessante dal punto di vista della flessibilità del programma in quanto, in caso si voglia conteggiare nel momento d'inerzia totale quello di un nuovo sistema, sarà sufficiente sommare il momento d'inerzia del singolo sistema a quello globale.

Le proprietà appena citate sono valide soltanto in caso tutti i momenti d'inerzia siano valutati rispetto al medesimo sistema di riferimento.

Al fine del calcolo delle caratteristiche dinamiche, il sistema di riferimento rispetto al quale si vanno a calcolare i momenti d'inerzia è quello degli *assi stabilità*, già descritto nel capitolo 1, che risulta essere un sistema baricentrale.

Il programma di calcolo strutturale ha come dati di output i momenti di inerzia geometrici delle sezioni dell'ala e questi sono valutati rispetto all'asse strutturale

dell'ala. Per riportare tali dati ad un unico sistema di riferimento sono necessarie tre operazioni:

La prima è una rotazione della matrice d'inerzia locale per allinearla agli assi principali d'inerzia locali.

La seconda consiste nello sfruttare il teorema di Huygens per calcolare i momenti principali d'inerzia rispetto ad una terna baricentrale con assi paralleli alla terna principale d'inerzia locale.

La terza è una ulteriore rotazione dei momenti d'inerzia calcolati sulla terna precedente per allinearli alla terna degli assi stabilità.

Il procedimento illustrato, oltre ad essere molto laborioso, presenta lo svantaggio di richiedere sia la conoscenza dei momenti d'inerzia delle parti del velivolo sia le masse dei singoli componenti, queste ultime necessarie per la valutazione della posizione del baricentro. Dati gli inconvenienti citati si è provveduto ad utilizzare un altro metodo che sarà descritto di seguito.

3.2.1 Metodo della matrice delle masse

Il metodo utilizzato per il calcolo della posizione del baricentro e dei momenti d'inerzia è un metodo approssimato che si basa sulla suddivisione del velivolo in celle elementari.

Il volume occupato dall'aereo viene suddiviso da una griglia in porzioni elementari, le dimensioni di tali celle vengono scelte in base al frazionamento dei dati di input dal programma strutturale. Tutte le celle hanno uguali dimensioni ma la dimensione caratteristica lungo un asse può differire da quella lungo gli altri. Ad ogni cella viene associata una massa che può essere pensata come una massa puntiforme concentrata nello spigolo più lontano dall'origine. La massa associata alla cella viene assegnata in base alla massa presente nel volume della cella. Il livello di approssimazione del programma risiede nel metodo di assegnazione delle masse, tuttavia la precisione migliora all'aumentare del frazionamento dei dati di input. Lo strumento matematico adatto alla realizzazione di questo procedimento è una matrice: ad ogni cella della matrice viene assegnata una massa e ad ogni indice una dimensione caratteristica. Una volta creata la matrice è immediato ricavare la massa totale, la posizione del baricentro ed i momenti d'inerzia del velivolo. Queste grandezze vengono valutate rispetto ad un sistema di assi corpo orientati in modo analogo ad A.S.D ma posto all'estremità anteriore inferiore sinistra dell'ingombro dell'aereo, ciò al fine di avere solo indici positivi della matrice. Come si può dedurre dalle formule successive, i momenti di inerzia sono valutati rispetto al baricentro. Per ottenere infine le grandezze in assi stabilità sarà necessaria una sola rotazione del tensore d'inerzia. Indicando con l_i l_j l_k le lunghezze caratteristiche delle celle della matrice lungo gli assi corpo x y z , le grandezze volute possono essere calcolate come:

$$m_{tot} = \sum_{i,j,k} m(i, j, k)$$

$$X_g = \frac{\sum_{i,j,k} [m(i, j, k) \cdot i \cdot l_i]}{m_{tot}}$$

$$\begin{aligned}
Y_g &= \frac{\sum_{i,j,k} [m(i,j,k) \cdot j \cdot l_j]}{m_{tot}} \\
Z_g &= \frac{\sum_{i,j,k} [m(i,j,k) \cdot k \cdot l_k]}{m_{tot}} \\
I_{xx} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) [(j \cdot l_j - y_g)^2 + (k \cdot l_k - z_g)^2] \\
I_{yy} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) [(i \cdot l_i - x_g)^2 + (k \cdot l_k - z_g)^2] \\
I_{zz} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) [(i \cdot l_i - x_g)^2 + (j \cdot l_j - y_g)^2] \\
I_{xy} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) (i \cdot l_i - x_g)(j \cdot l_j - y_g) \\
I_{xz} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) (i \cdot l_i - x_g)(k \cdot l_k - z_g) \\
I_{yz} &= \sum_{i,j,k} m(i,j,k) (j \cdot l_j - y_g)(k \cdot l_k - z_g)
\end{aligned}$$

Rimane da risolvere il problema dell'assegnazione delle masse e quello delle dimensioni delle celle.

Come già più volte richiamato, il programma di dimensionamento strutturale da come dato di output la sezione dell'ala in corrispondenza dei vari punti di analisi della stessa. I punti di analisi sono disposti sull'asse strutturale dell'ala, che in prima approssimazione può essere pensato come l'asse che unisce i punti ad $\frac{1}{2}$ della corda. Questo asse può essere ricavato dai dati geometrici, in seguito, dalla spaziatura dei punti di analisi, si possono ricavare le suddivisioni di tale asse. Nota la geometria delle suddivisioni, queste possono essere proiettate sui tre assi della terna di riferimento, ottenendo così le dimensioni caratteristiche delle celle. La massa assegnata alle celle viene calcolata moltiplicando l'area della sezione di ogni suddivisione per la lunghezza della suddivisione dell'asse stessa, il volume così ottenuto viene poi moltiplicato per la densità media del materiale costituente l'ala ricavando la massa.

3.2.2 Problemi di potenza di calcolo e matrici singole

Nel caso si voglia creare una matrice delle masse globale che includa tutte le masse elementari dell'aereo, sorgono alcuni problemi che richiedono delle operazioni aggiuntive: infatti le varie parti strutturali in cui è suddiviso l'aereo possono presentare differenti lunghezze caratteristiche delle celle, questo a causa della diversa lunghezza delle suddivisioni degli assi strutturali e della differente disposizione geometrica. E' possibile assegnare solo una lunghezza caratteristica ad ogni lato delle celle della matrice delle masse globale, è perciò necessario trovare un valore di tale lunghezza che sia sottomultiplo delle varie lunghezze caratteristiche dei diversi componenti della struttura. Si calcola il massimo comun divisore (MCD) delle lunghezze caratteristiche dei vari componenti della struttura relative allo stesso asse. Il valore così ricavato

diventa la nuova lunghezza caratteristica della cella della matrice delle masse globale nella direzione dell'asse considerato. In questo modo ad ogni suddivisione dell'asse strutturale di ogni componente rimangono assegnate una o più celle della matrice nelle quali andrà distribuita la massa della suddivisione.

Questo metodo non è praticamente applicabile in quanto, per suddivisioni che differiscono di pochi millimetri, il MCD risulta anch'esso di scala millimetrica e la matrice così creata richiede una memoria ed una potenza di calcolo troppo elevata per essere trattata.

Per sopperire a questo inconveniente si ricorre perciò ad un'altra procedura che consiste nella creazione di una matrice dedicata per ogni elemento della struttura. Questa matrice ha le dimensioni dell'ingombro totale dell'aereo e l'elemento della struttura considerato viene posizionato al suo interno nella corretta ubicazione. Per ogni matrice relativa ad un singolo elemento strutturale vengono ricavate le grandezze inerziali. In seguito si assemblano i risultati grazie alle proprietà additive viste in precedenza e si ottengono i dati inerziali globali.

Gli elementi di struttura ricreati sono il tronco dell'ala anteriore interno, quello esterno, la paratia, il tronco dell'ala posteriore interno e quello esterno. La suddivisione dell'ala in due tronchi è stata necessaria in quanto, in presenza di kink, l'asse strutturale cambia direzione e di conseguenza variano le lunghezze caratteristiche delle celle. Le matrici contenenti la distribuzione delle masse, i momenti d'inerzia, la posizione del baricentro e la massa di ogni elemento della struttura sono state memorizzate in un cell array riportato di seguito,

Elemento struttura	matrice delle masse	dim. cella	massa matrice	pos. bari- centro	mat. inerzia
Ala ant in	M	$l_i \ l_j \ l_k$	m	$x_g \ y_g \ z_g$	I
Ala ant out	M	$l_i \ l_j \ l_k$	m	$x_g \ y_g \ z_g$	I
Paratia	M	$l_i \ l_j \ l_k$	m	$x_g \ y_g \ z_g$	I
Ala post out	M	$l_i \ l_j \ l_k$	m	$x_g \ y_g \ z_g$	I
Ala post in	M	$l_i \ l_j \ l_k$	m	$x_g \ y_g \ z_g$	I

Questa organizzazione dei dati conferisce al programma una notevole flessibilità. E' infatti possibile aggiungere nel cell array una nuova matrice contenente i dati relativi alla parte della struttura che si vuole inserire ed il programma calcola automaticamente le nuove caratteristiche inerziali. Con questo metodo risulta ad esempio agevole aggiungere carichi in fusoliera o sospesi, cambiare il numero e la disposizione dei motori o variare la distribuzione di carico di carburante fra le ali.

Ricavati i dati parziali, il programma calcola le grandezze inerziali globali della struttura rendendole disponibili per i moduli seguenti. Date le necessità dei calcoli successivi, i dati globali sono espressi in assi corpo baricentrali, con asse X nel piano di simmetria del velivolo ed orientato in avanti secondo l'asse di fusoliera, asse Z nel piano di simmetria, perpendicolare ad X e rivolto verso il basso ed asse Y orientato di conseguenza.

Grazie a questa scelta di assi, per ricavare i dati inerziali in assi stabilità, sarà necessaria la sola rotazione intorno all'asse Y di una quantità pari all'angolo di incidenza geometrica.

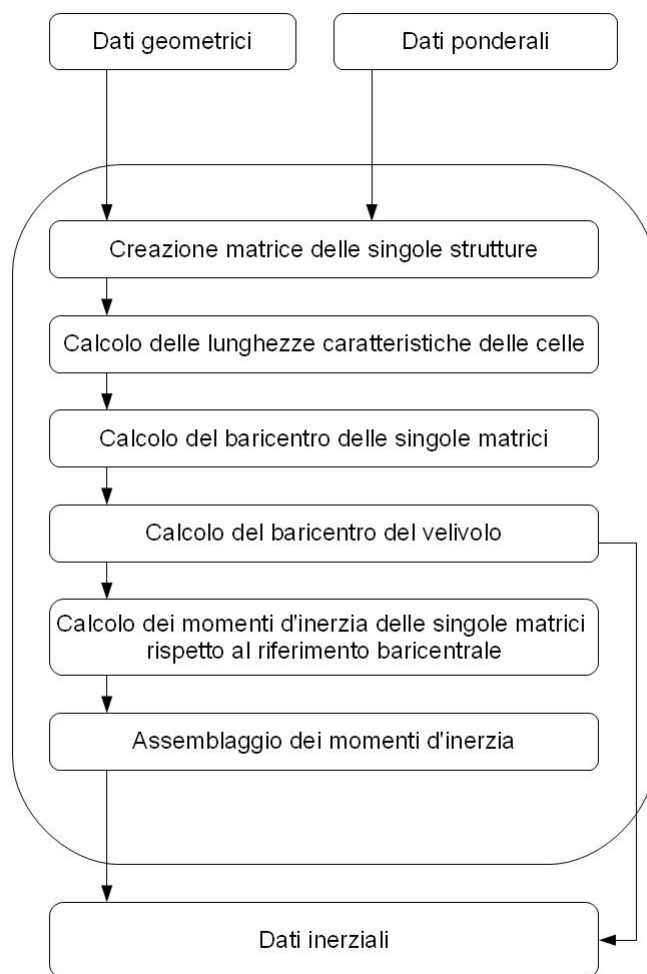


Figura 3.6: Struttura modulo dati inerziali

3.3 Dimensionamento aeromeccanico del piano longitudinale

Per il dimensionamento aeromeccanico del piano longitudinale si fa ricorso ai modelli sviluppati in precedenza nei paragrafi 1.2, 1.4.1 e 1.4.2. Questo modulo del programma consta di tre parti principali: il dimensionamento dell'equilibratore al fine di ottenere l'equilibrio in beccheggio, il dimensionamento dell'equilibratore al fine del raggiungimento del massimo fattore di carico previsto ed infine la valutazione delle qualità di volo.

3.3.1 Equilibrio in beccheggio

Questa parte del programma ha come obiettivo il dimensionamento degli equilibratori al fine di ottenere l'equilibrio in beccheggio, i vincoli sono la condizione di volo e la posizione del baricentro specificate tramite i dati di input.

Per conseguire questo obiettivo si procede, per mezzo di un'interfaccia, a ricreare la geometria del velivolo nel programma A.V.L. Per l'analisi del piano longitudinale si è scelto di utilizzare la rappresentazione denominata FlatH nel paragrafo 2.2.4.i. Con questo tipo di rappresentazione vengono ricreate l'ala posteriore, le paratie, il fin e l'ala anteriore, la corda di mezzzeria di quest'ultima è modificata ed ha lunghezza pari a quella della fusoliera.

Il programma A.V.L. permette di simulare una superficie mobile attraverso il comando CONTROL. Questo comando, assegnato a due corde successive, simula una superficie mobile compresa tra loro. E' possibile assegnare un'estensione in corda della superficie mobile ed un guadagno di deflessione, e, grazie a quest'ultimo, la superficie interessata verrà deflessa di un angolo proporzionale al comando moltiplicato per il guadagno. Per simulare gli equilibratori si ricorre ad un guadagno unitario positivo per le superfici anteriori e ad un guadagno negativo per quelle posteriori, in modo da avere un momento cabrante per comando di equilibratore positivo.

Nei tronchi interni delle ali vengono inseriti gli equilibratori mediante l'introduzione di due corde aggiuntive a quelle descritte nei dati geometrici. La prima corda rappresenta l'estremità dell'equilibratore più interna: nell'ala anteriore questa è posizionata ad una distanza prefissata dalla fusoliera mentre, nell'ala posteriore, è posizionata alla stessa distanza misurata però a partire dalla linea di mezzzeria. La seconda corda è posta ad una distanza dalla corda precedente pari al passo scelto per la variazione dell'ampiezza dell'equilibratore. La geometria di queste corde viene estrapolata dai dati geometrici riguardanti il tronco alare su cui sono collocate. L'estensione in corda dell'equilibratore è un dato di input deciso dal progettista. In figura 3.7 si riporta la geometria dell'equilibratore posto su un ala provvista di kink.

Creato la geometria vengono impostati i vincoli dell'analisi: si fissa la deflessione degli equilibratori nulla e si richiede un valore del C_L tale da garantire l'equilibrio alla traslazione verticale. Si procede poi all'analisi tramite il VLM.

Da questa prima analisi si ricava il segno del momento globale della configurazione; in genere questo sarà non nullo e gli equilibratori dovranno contrastarlo, si decide così il segno del comando di equilibratore da assegnare per ricercare la posizione di equilibrio. Si ripete l'analisi con la deflessione massima degli equilibratori (assegnata

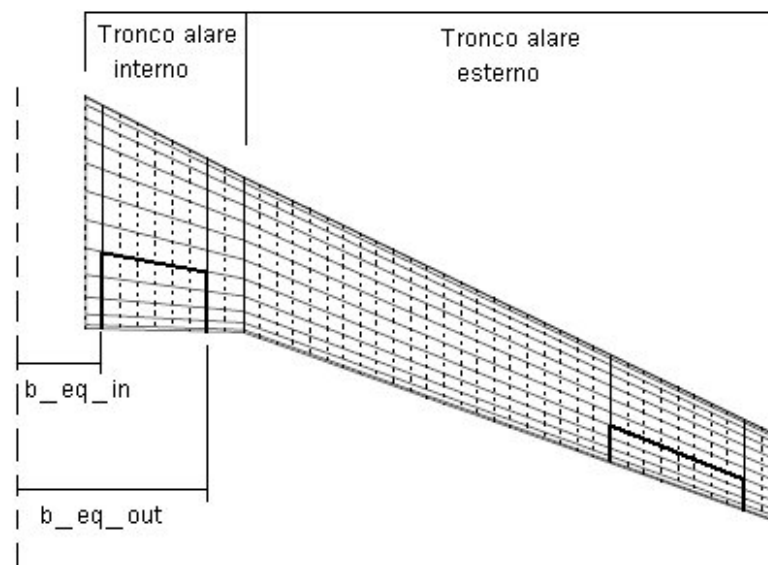


Figura 3.7: Posizionamento equilibratore

nei dati di input) nel verso corretto ricavato precedentemente. Si verifica nuovamente il momento complessivo della configurazione e lo si confronta con quello del passo precedente. Se si ha inversione del segno del momento complessivo significa che con la dimensione attuale degli equilibratori ed una deflessione minore di quella massima si può raggiungere la condizione di equilibrio, il dimensionamento è quindi completato. Se il momento complessivo della configurazione con equilibratori deflessi non ha invertito segno rispetto al passo precedente si procede con l'aumento della dimensione in apertura alare dell'equilibratore. Quando si ha inversione di segno del momento la procedura viene arrestata. In output viene restituita la dimensione dell'equilibratore, inoltre rimangono memorizzati nella cartella del programma il modello A.V.L. dell'aereo ed il report dell'analisi VLM. Esiste anche un'altra condizione per cui l'analisi viene arrestata, cioè il superamento della posizione del kink da parte della corda esterna dell'equilibratore. Questa condizione è stata scelta in quanto la parte di ala interna al kink ha solitamente un'estensione in corda più grande rispetto alla semiala esterna, quindi uno sconfinamento al di là del kink permette solo modesti incrementi di efficacia del comando di equilibratore.

In figura 3.8 è illustrato il diagramma di flusso della procedura.

3.3.2 Raggiungimento del massimo fattore di carico

Oltre alla necessità di riuscire ad equilibrare l'aereo nella condizione di volo scelta, si richiede che il comando di equilibratore permetta di raggiungere il massimo fattore di carico richiesto nell'involuppo di volo. Il massimo fattore di carico n_{zmax} deve essere raggiunto partendo da una condizione di volo livellato stazionario. Come già spiegato nel capitolo 1 questa condizione non può essere mantenuta indefinitamente se non si adegua il comando di spinta per mantenere la velocità U costante, nel caso ciò non

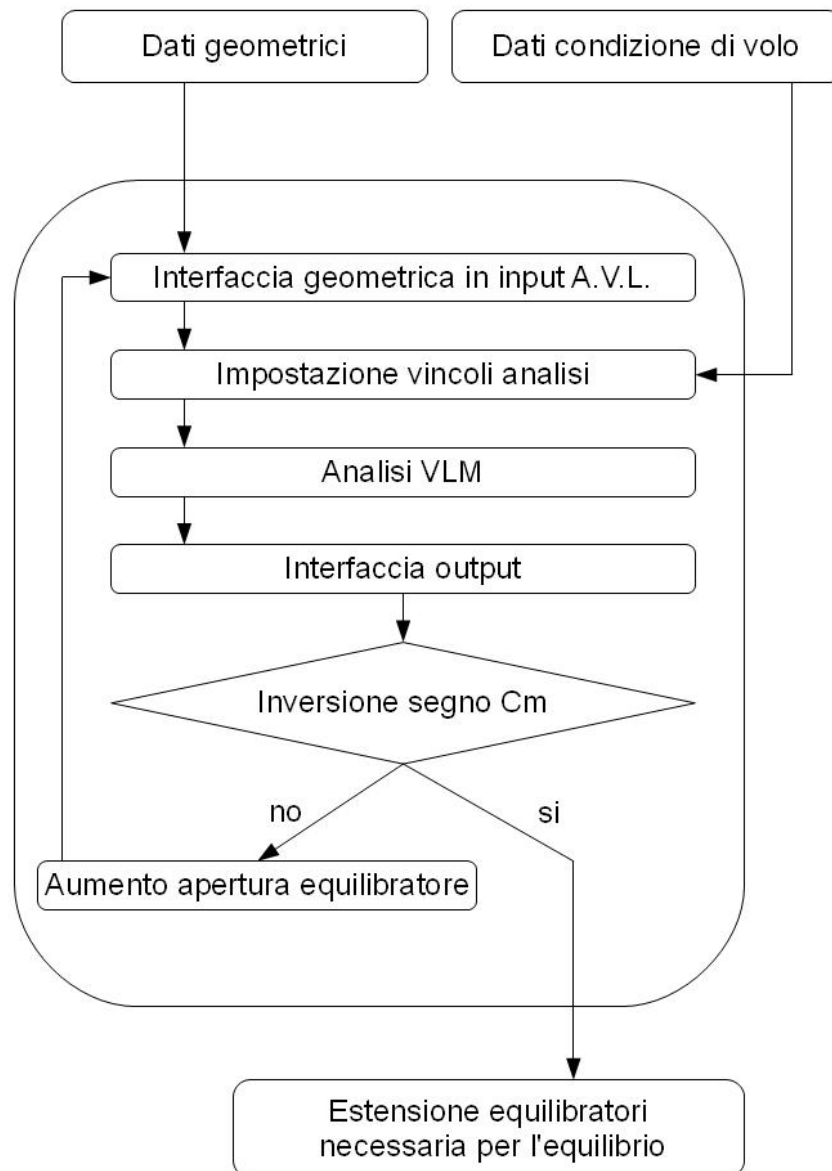


Figura 3.8: Procedura di dimensionamento degli equilibratori per l'equilibrio longitudinale

accada si innesca la dinamica di lungo periodo che riporta il velivolo a stabilizzarsi su di una traiettoria livellata a velocità diversa. Da queste premesse si evince che, intervenendo solo sul comando di equilibratore, il massimo fattore di carico può essere mantenuto solo per un breve lasso di tempo. Questi istanti sono compresi tra il momento in cui la dinamica di corto periodo è giunta a regime e quello in cui la dinamica di lungo periodo inizia a svilupparsi. Per il calcolo del massimo fattore di carico raggiungibile attraverso il comando di equilibratore si utilizza perciò il modello di corto periodo, in particolare date le peculiarità della configurazione *Prandtlplane* si utilizza il modello 1.8 che tiene conto della derivata Zq . Di questo modello in α e $\dot{\gamma}$ si vanno a valutare le grandezze di regime:

$$\begin{cases} -U_0\dot{\gamma} = Z_\alpha\alpha + Z_{\delta_e}\delta_e + Zq\dot{\gamma} \\ 0 = M_\alpha\alpha + M_q\dot{\gamma} + M_{\delta_e}\delta_e \end{cases}$$

Dal momento che

$$n_z = 1 - \frac{a_z}{g} = 1 - \frac{U_0\dot{\gamma}}{g}$$

si ricava dal sistema l'espressione di $\dot{\gamma}$

$$\dot{\gamma} = -\frac{Z_{\delta_e}}{U_0 + Zq} \cdot \frac{\left(1 + \frac{M_{\delta_e}Z_\alpha}{Z_{\delta_e}M_\alpha}\right)}{1 - \frac{Z_\alpha M_q}{(U_0 + Zq)M_\alpha}} \cdot \delta_e$$

e quindi:

$$n_{zmax} = 1 + \frac{U_0}{g} \frac{Z_{\delta_e}}{(U_0 + Zq)} \cdot \frac{\left(1 + \frac{M_{\delta_e}Z_\alpha}{Z_{\delta_e}M_\alpha}\right)}{1 - \frac{Z_\alpha M_q}{(U_0 + Zq)M_\alpha}} \cdot \delta_e \quad (3.1)$$

Va specificato che il δ_e a cui ci si riferisce nelle equazioni della dinamica è la variazione del comando di equilibratore rispetto alle condizioni di equilibrio. Indicando la deflessione dell'equilibratore rispetto alla posizione a riposo δ_{eref} , si ha perciò che:

$$\delta_e = \delta_{eref} - \delta_{etrim}$$

La procedura seguita per questo dimensionamento è differente rispetto a quella precedente; infatti, è necessario ricercare la condizione di equilibrio prima di poter valutare il massimo fattore di carico raggiungibile.

A questo punto della procedura la dimensione dell'equilibratore è sufficiente a garantire l'equilibrio in beccheggio. Per raggiungere un fattore di carico più elevato di 1 sarà necessario aumentare la dimensione degli equilibratori. Per raggiungere la condizione di equilibrio in beccheggio, avendo aumentato la dimensione degli equilibratori, sarà necessario un angolo di deflessione degli stessi inferiore a quello massimo. Si rende perciò necessaria una procedura iterativa che ricerchi la condizione di equilibrio in beccheggio variando la deflessione degli equilibratori.

Questa procedura consiste nel fornire in input ad A.V.L. un modello con la dimensione in apertura degli equilibratori attuale, una deflessione massima degli

stessi ed inoltre si impone anche il vincolo sul C_L necessario al sostentamento. Il metodo a pannelli calcola il momento complessivo della configurazione e lo restituisce in output. Il programma di dimensionamento fornisce in input ad A.V.L angoli di deflessione degli equilibratori decrescenti fino a quando il momento complessivo della configurazione cambia di segno. L'ultimo angolo di deflessione fornito viene assunto come angolo di deflessione di equilibrio δ_{etrim} ; da questa procedura si ricava anche l' α_{trim} e le derivate aerodinamiche adimensionali. Sfruttando l' α_{trim} viene ruotato il tensore d'inerzia per ottenere le relative grandezze nel riferimento degli assi stabilità. A questo punto, avendo a disposizione tutti gli elementi, si calcolano le derivate aerodinamiche dimensionali del piano longitudinale. Si procede al calcolo del n_{zmax} ricorrendo alla formula 3.1 e calcolando δ_e come differenza tra la massima deflessione degli equilibratori ed il δ_{etrim} .

Se il massimo fattore di carico non viene raggiunto si ripete la procedura con una dimensione degli equilibratori maggiorata. Anche in questo caso la procedura viene interrotta in caso di estensione degli equilibratori oltre il kink.

La procedura di ricerca dell'apertura degli equilibratori atta a garantire l'equilibrio dell'aereo non è in teoria necessaria, infatti questo requisito è sicuramente soddisfatto dall'apertura che assicura il raggiungimento del massimo fattore di carico. In questo lavoro si è comunque provveduto ad includerla in quanto essa rende più veloce la procedura di dimensionamento globale. Infatti i primi passi di incremento dell'apertura dell'equilibratore sono governati da questa procedura che è molto più snella di quella relativa al raggiungimento del massimo fattore di carico.

In figura 3.9 si riporta un diagramma di flusso che illustra la procedura

3.3.3 Verifica qualità di volo del piano longitudinale

Dopo aver dimensionato i comandi di volo si procede alla verifica delle qualità di volo. Questo lavoro di tesi si concentra su qualità di volo che non dipendono in maniera rilevante dal dimensionamento delle superfici; sono state quindi escluse dai parametri da raggiungere nel dimensionamento e si è proceduto soltanto ad una loro verifica a fine procedura.

La prima qualità di volo verificata è il C.A.P. e come già specificato nel paragrafo 1.4.1, la sua espressione è :

$$CAP = \frac{\dot{q}_0}{\Delta n_{z\infty sp}} = \frac{g}{U_0} \frac{\omega_{sp}^2}{\frac{1}{T_{\theta 2}}}$$

dove $\frac{1}{T_{\theta 2}}$ è ricavato dalla formula 1.12 :

$$\frac{1}{T_{\theta 2}} = -Z_w \left(1 - \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} \frac{M_w}{Z_w}\right) / \left(1 + \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} M_{\dot{w}}\right)$$

Riorganizzando la formula si può ottenere un vincolo sulla pulsazione di corto periodo che è più facilmente gestibile:

$$\omega_{sp}^2 = -CAP \cdot \frac{Z_\alpha}{g} \cdot \frac{\left(1 - \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} \frac{M_w}{Z_w}\right)}{\left(1 + \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} M_{\dot{w}}\right)} \quad (3.2)$$

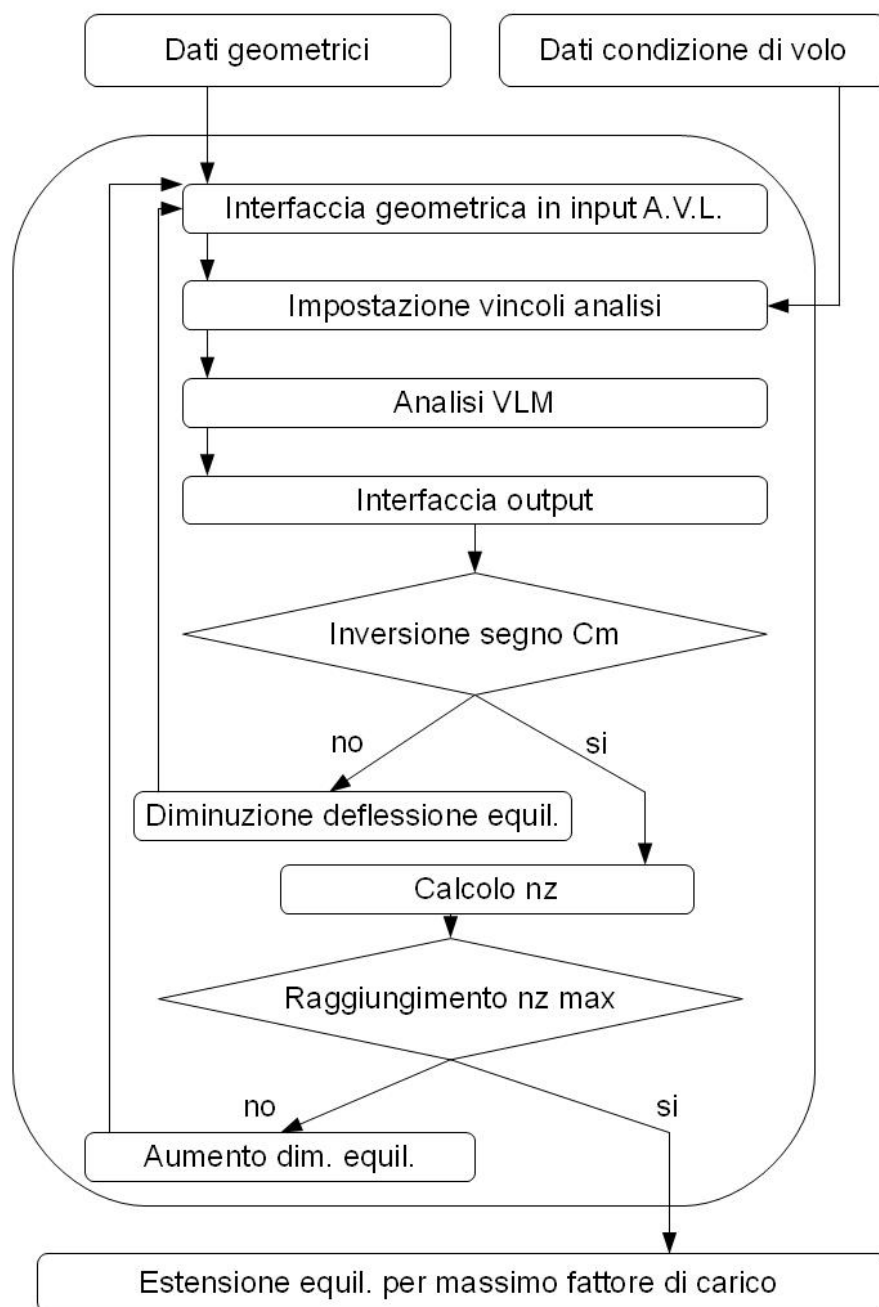


Figura 3.9: Procedura di dimensionamento degli equilibratori per il raggiungimento del massimo fattore di carico

La pulsazione di corto periodo risulta perciò limitata dai valori massimo e minimo imposti al C.A.P.

Come si nota dall'ultima espressione, il vincolo sulla pulsazione dipende anche dal rapporto $Z_{\delta e}/M_{\delta e}$ che è influenzato dall'estensione degli equilibratori; si dovrebbe perciò inserire il vincolo sul C.A.P. nella procedura di dimensionamento degli equilibratori. Si è scelto di non seguire questa strada in quanto l'andamento di $Z_{\delta e}/M_{\delta e}$ con l'estensione in apertura degli alettoni è una funzione strettamente legata alla forma in pianta dell'ala, questo a causa della peculiarità della geometria della configurazione *Prandtlplane*. La forma in pianta dell'ala è descritta dai parametri geometrici di input al programma e non è possibile variarli senza interferire con le prestazioni del velivolo o con le altre caratteristiche dinamiche e si è scelto perciò di non intervenire su queste grandezze. Fortunatamente il rapporto $Z_{\delta e}/M_{\delta e}$ è di modesta entità, al limite nullo dato che è possibile, attraverso un opportuno dimensionamento degli equilibratori, avere un controllo in momento puro ($Z_{\delta e} = 0$). Data questa osservazione si può considerare il vincolo sulla pulsazione di corto periodo sostanzialmente indipendente dall'estensione degli equilibratori e si può quindi effettuare la verifica su questa grandezza dinamica in seguito al dimensionamento.

La verifica viene effettuata stabilendo i limiti superiore ed inferiore della pulsazione di corto periodo utilizzando la formula 3.2 ed i limiti sul C.A.P. imposti dalle normative. In seguito si calcola la pulsazione di corto periodo secondo la formula 1.9 e si controlla che questa rientri nei valori prescritti.

Per il piano longitudinale viene effettuata anche la verifica sullo smorzamento di corto periodo. Questo viene calcolato con la formula 1.10 e si controlla che rientri nei limiti prescritti in [5].

Nel caso le qualità di volo non risultassero adeguate si può intervenire in diversi modi. Per mostrare i modi di intervento si riportano le formule della pulsazione e dello smorzamento del corto periodo nella forma classica del modello 1.7 non modificata per includere l'effetto della derivata Zq :

$$\omega_{sp}^2 = -M(\alpha) + ZwMq$$

$$\zeta_{sp} = \frac{Zw + Mq + M\dot{\alpha}}{2(-M\alpha + ZwMq)}$$

Con queste espressioni è più facile individuare le derivate aerodinamiche su cui operare. Le derivate su cui è possibile intervenire nella pratica risultano essere $M\alpha$ ed Mq . In caso ζ_{sp} non sia sufficiente, solitamente si interviene tramite SAS di tipo pitch damper. Il pitch damper agisce incrementando la derivata Mq e può essere regolato per far rientrare ζ_{sp} nei parametri previsti. Questo SAS ha come effetto secondario l'incremento della pulsazione di corto periodo ω_{sp} . In genere la configurazione *Prandplane* ha elevati Mq ed è possibile che venga richiesto di diminuire la pulsazione di corto periodo. In questi caso può rivelarsi necessario intervenire sul margine di stabilità del velivolo in modo da variare la derivata $M\alpha$. Il principale metodo di intervento su questa derivata è lo spostamento della posizione del baricentro che può essere effettuato ricollocando sistemi secondari in altre zone del velivolo.

3.4 Dimensionamento aeromeccanico del piano latero-direzionale

Per il dimensionamento aeromeccanico del piano Latero-direzionale si fa ricorso ai modelli sviluppati nel paragrafo 1.3 e per le qualità di volo ci si riferisce a quanto detto nel paragrafo 1.4.

In particolare, per il dimensionamento degli alettoni, si sfrutta l'espressione della risposta ai comandi ricavata nel paragrafo 1.3.3 e valutata con il valore di $\frac{1}{Tr}$ ottenuto dal modello di rollio-spirale.

Da questo modello si può ottenere la risposta a regime al comando di equilibratore. Nello specifico si è interessati alla velocità di rollio in quanto in [5] il vincolo è imposto su questa quantità. Dalle formule citate si ricava che la velocità angolare di rollio a regime è:

$$p_{\infty} = Tr L'_{\delta a} \delta_a \quad (3.3)$$

Osservando questa formula si nota che la velocità di rollio di regime dipende sia dalla derivata $L'_{\delta a}$, influenzata dall'estensione degli alettoni, sia da Tr , indipendente dai comandi.

La verifica riguardante il tempo caratteristico di rollio va perciò effettuata prima della procedura di dimensionamento dell'alettone.

Con queste premesse si procede all'analisi tramite VLM della configurazione. La rappresentazione del velivolo scelta per il piano latero-direzionale è quella denominata Body nel paragrafo 2.2.4.i; questa riporta l'ala superiore, il fin e le paratie rappresentate come di consueto, ma ha l'ala anteriore interrotta al root per permettere l'inserimento della fusoliera come corpo assialsimmetrico. Per la fusoliera è stato scelto un profilo caratteristico degli aerei da trasporto civili, ma è comunque possibile variarlo inserendo nei file di input del programma la forma voluta. Il profilo scelto è stato creato con tutte le dimensioni principali equivalenti ad 1m in modo che inserendo i dati di lunghezza e diametro di fusoliera il programma possa facilmente riscalarlo alle dimensioni del velivolo da analizzare. La geometria viene creata includendo gli alettoni; questi sono caratterizzati da una corda esterna collocata ad una distanza prefissata dall'estremità dell'ala, questa distanza essendo un dato di input al programma. La corda interna dell'alettone è estrapolata dai dati geometrici del tronco alare esterno ed è posta ad una distanza da quella precedente pari al passo di dimensionamento degli alettoni.

La simulazione è impostata con i dati della condizione di volo; in questo caso non è necessaria la ricerca della condizione di equilibrio in quanto per l'ipotesi di velivolo simmetrico e volo simmetrico si ha che la condizione iniziale è già quella di equilibrio per il piano latero-direzionale. Un importante dato è l'angolo di incidenza del velivolo; questo è noto dalla procedura riguardante il piano longitudinale e viene mantenuto per questa analisi. Lanciata l'analisi ottengono in output le derivate aerodinamiche che vengono sfruttate per il calcolo delle grandezze necessarie al dimensionamento e la verifica delle qualità di volo.

3.4.1 Verifica tempo caratteristico di rollio

Calcolando $\frac{1}{T_r}$ come specificato nel modello di rollio spirale, si ha:

$$\frac{1}{T_r} = \left[-L'p + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} \left(N'p - \frac{g}{U_0} \right) \right]$$

$\frac{1}{T_r}$ è il polo di rollio e le specifiche [5] indicano che questo deve avere modulo superiore ad un dato fissato a seconda della categoria. Se questo limite non viene rispettato il tempo che impiega la velocità di rollio a raggiungere al valore di regime è troppo elevato e si hanno i problemi di sovracomando citati nel paragrafo 1.4.4

Un metodo per modificare il tempo caratteristico di rollio è quello di variare le caratteristiche geometriche o inerziali del velivolo. In caso si voglia aumentare T_r è necessario diminuire la rastremazione in corda dell'ala (con l'effetto secondario di aumentare anche la superficie della paratia) oppure alleggerire le paratie e la zona intorno all'estremità alare. Un approfondimento rispetto agli aspetti aerodinamici che influenzano il tempo caratteristico di rollio è riportato nel capitolo 5. Nel caso non sia possibile agire sulla dinamica libera dell'aeromobile si può ricorrere all'utilizzo di un S.A.S. di tipo roll damper. Questo può aumentare il modulo del polo di rollio ma bisogna considerare i suoi effetti sulla prestazione in velocità di rollio di regime.

3.4.2 Dimensionamento degli alettoni

Per il dimensionamento degli alettoni si ricorre alla formula 3.3:

$$P_\infty = T_r L'_{\delta a} \delta_a$$

Dato che il tempo caratteristico di rollio è già stato verificato e che la deflessione massima degli alettoni è un dato di input della procedura, l'unica variabile su cui si può agire è $L'_{\delta a}$. Questa variabile dipende a sua volta dall'estensione in apertura e in corda degli alettoni; in questo lavoro di tesi si è scelto di fissare l'estensione in corda che viene fornita tra i dati di input. Rimane quindi l'unica dipendenza dalla dimensione in apertura dell'alettone che è la variabile sulla quale agisce la procedura di dimensionamento.

La procedura consiste nel calcolare la velocità di rollio che può essere raggiunta con i parametri ricavati nella prima analisi con il VLM. Se questa è inferiore a quella richiesta si procede a variare la geometria del modello incrementando l'estensione in apertura degli alettoni fino a quando non si giunge a soddisfare il requisito.

Il programma fornisce come output l'apertura degli alettoni e memorizza nella cartella del programma il modello geometrico e il report dell'analisi effettuata con A.V.L..

3.4.3 Verifica delle altre qualità di volo del piano latero-direzionale

In seguito alla procedura di dimensionamento rimangono da verificare alcune qualità di volo del piano latero-direzionale.

La prima verifica riguarda il polo spirale $\frac{1}{T_s}$, questo è definito tramite l'espressione riportata nel paragrafo 1.3

$$\frac{1}{T_s} = T_R \frac{g}{U_0} \left[-L'_r + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} N'_r \right]$$

Come già riportato nel paragrafo 1.3, le normative ammettono che il polo possa essere instabile, ma impongono che la divergenza dalla condizione di equilibrio sia lenta. Questa richiesta viene esplicitata matematicamente attraverso l'imposizione di un massimo tempo di raddoppio. Il tempo di raddoppio è definito come il tempo che impiega una variabile a raddoppiare il suo modulo. Dato che la dinamica è ad un grado di libertà, l'angolo di rollio ha l'espressione:

$$\phi(t) = Ae^{-\frac{t}{T_s}}$$

dato che per $T_s < 0$ si ha polo instabile. Il tempo di raddoppio Δt può allora essere ricavato tramite la formula:

$$\phi(t + \Delta t) = Ae^{-\frac{t+\Delta t}{T_s}} = 2\phi(t)$$

equivalente a :

$$\phi(t + \Delta t) = Ae^{-\frac{t}{T_s}} Ae^{-\frac{\Delta t}{T_s}} = 2\phi(t) = 2Ae^{-\frac{t}{T_s}}$$

semplificando e passando ai logaritmi si ha il massimo modulo ammesso per il polo spirale positivo (instabile):

$$\frac{1}{-T_s} = \frac{\ln(2)}{\Delta t}$$

e perciò

$$\frac{1}{-T_s} < \frac{\ln(2)}{\Delta t}$$

Come si può notare dall'espressione del polo spirale, il requisito sul polo di rollio aiuta ad avere un polo spirale con modulo ridotto. Il segno del polo ed il suo modulo dipendono anche dall'espressione $\left(-L'_r + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} N'_r\right)$. Nel capitolo 5 si approfondirà il ruolo di queste grandezze ma in linea di massima si nota che esse dipendono dalla geometria del velivolo in modo sufficientemente complicato, infatti la variazione di un parametro geometrico può influenzare più derivate. La modifica della geometria del velivolo per migliorare il comportamento della spirale deve essere compiuta con oculatezza in quanto le stesse derivate qui presenti influiscono anche sui poli di dutch roll.

Gli ultimi requisiti riguardanti le qualità di volo del piano latero-direzionale sono quelli relativi al modo di dutch roll. Come già accennato nel paragrafo 1.4.3, i poli di dutch roll devono avere valori di pulsazione, smorzamento e parte reale dei poli superiori a quelli minimi fissati.

Per le espressioni dei poli si utilizzano le formule ricavate attraverso il sistema 1.15 e riportate qui di seguito:

$$\omega_{DR} = \sqrt{N'_\beta + N'_r Y_v}$$

$$\zeta_{DR} = -\frac{(N'_r + Y_v)}{2\sqrt{N'_\beta + N'_r Y_v}}$$

La limitazione sulla parte reale è imposta sulla quantità $\zeta_{DR}\omega_{DR}$

Per ottenere un maggiore smorzamento del dutch roll si può agire sia sulla derivata N'_r che su Y_v aumentando la corda della deriva. Questa modifica influenza anche la derivata N'_β che si trova al denominatore, essendo però sotto il segno di radice il suo effetto è limitato. Alternativamente si può intervenire con un S.A.S. di tipo Yaw damper che agisce in maniera diretta sulla derivata N'_r . Apportando queste modifiche bisogna tener conto degli effetti sul polo spirale che è influenzato dalle stesse derivate aerodinamiche.

in figura 3.10 si riporta la procedura di dimensionamento aeromeccanico del piano latero-direzionale.

Con questa ultima fase di verifica si conclude la descrizione della procedura di dimensionamento aeromeccanico impiegata nel programma sviluppato. In seguito si riporteranno alcuni esempi di configurazioni analizzate e verranno approfonditi alcuni aspetti riguardanti le derivate aerodinamiche.

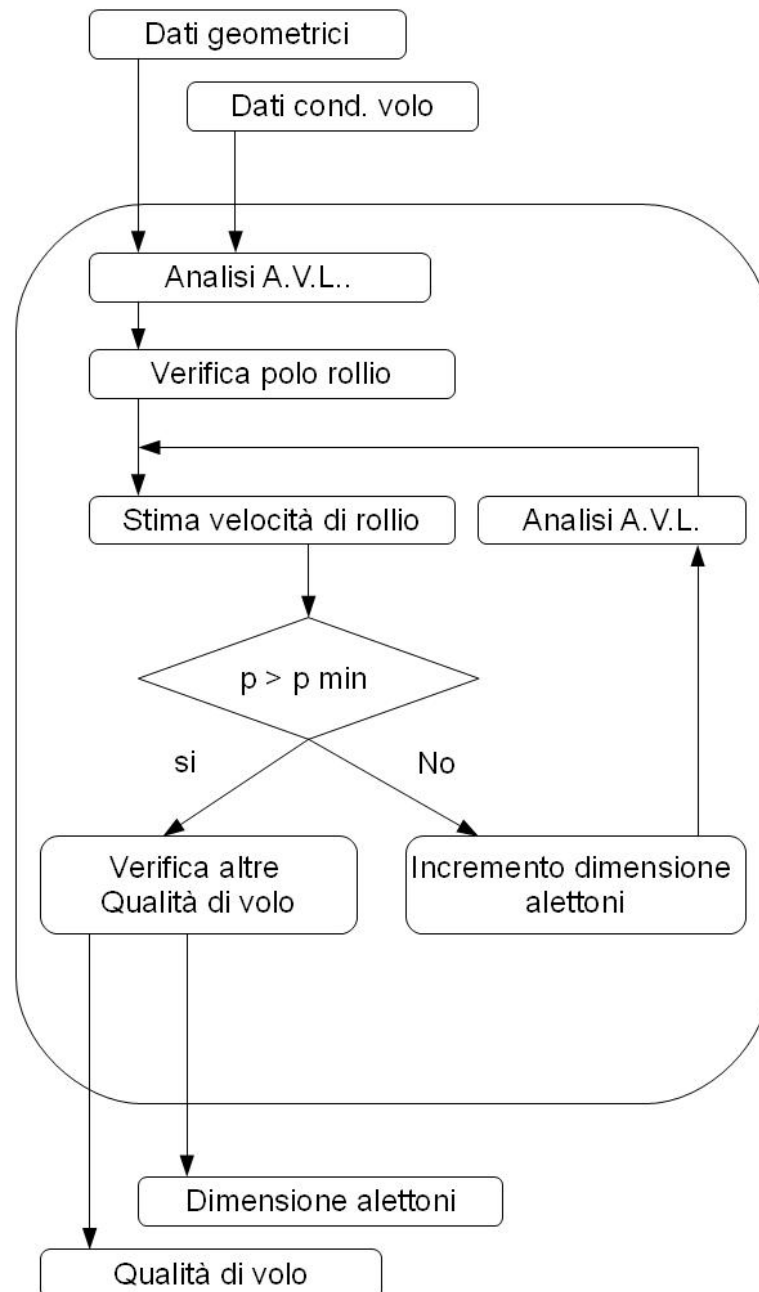


Figura 3.10: Procedura di dimensionamento aeromeccanico del piano latero-direzionale.

Capitolo 4

Esempi di analisi

In questo capitolo si riportano i risultati delle analisi condotte con il programma sviluppato. Le analisi sono state condotte su diverse configurazioni e per diverse condizioni di volo al fine di verificare la variazioni delle derivate aerodinamiche e delle qualità di volo. Le condizioni di volo sono state scelte in modo da mantenere un campo subsonico (questo perchè il VLM da risultati sempre meno attendibili all'aumentare del Mach al di sopra di questo limite). Una volta ottenute le qualità di volo, queste sono state confrontate con i limiti riportati in [5]. In seguito, facendo riferimento alle formule sviluppate nel capitolo 1, sono state proposte alcune soluzioni per il miglioramento delle caratteristiche della dinamica dei velivoli analizzati.

4.1 Prandtlane di grandi dimensioni

La prima analisi svolta riguarda un velivolo di grandi dimensioni: l'apertura alare e la lunghezza misurano $80m$, l'altezza complessiva, esclusi i carrelli, è di $12m$. La configurazione presenta doppio fin, freccia dell'ala anteriore di 24° e -14° sull'ala posteriore. L'ala posteriore ha una superficie di $236m^2$ e rapporto di rastremazione di 1.86, l'ala anteriore ha invece superficie di $382m^2$, rapporto di rastremazione del tronco interno di 1.49 e quello del tronco esterno di 1.86. Nella figura 4.1 è riportato un disegno C.A.D. del velivolo, nelle figure 4.2 e 4.3 è invece riportata la rappresentazione utilizzata per l'analisi del piano latero-direzionale che approssima la configurazione generale del velivolo. Il caso in analisi è relativo ad un velivolo da trasporto merci tutt'ora in fase di studio e la configurazione in analisi non è quella definitiva. I dati ricavati in questo lavoro di tesi saranno successivamente impiegati per inserire dei vincoli in un processo di ottimizzazione aerodinamica. Tale processo è mirato a determinare una superficie alare di minima resistenza indotta mantenendo le caratteristiche di volo del velivolo entro i limiti imposti dalle normative. Pertanto, i risultati presentati in seguito, riguardano questa particolare geometria di primo tentativo e le indicazioni ricavate verranno impiegate per migliorare la configurazione.

Il peso complessivo del velivolo ricavato dal programma calcolo dei dati inerziali è di $608340kg$ e la matrice d'inerzia è riportata di seguito:

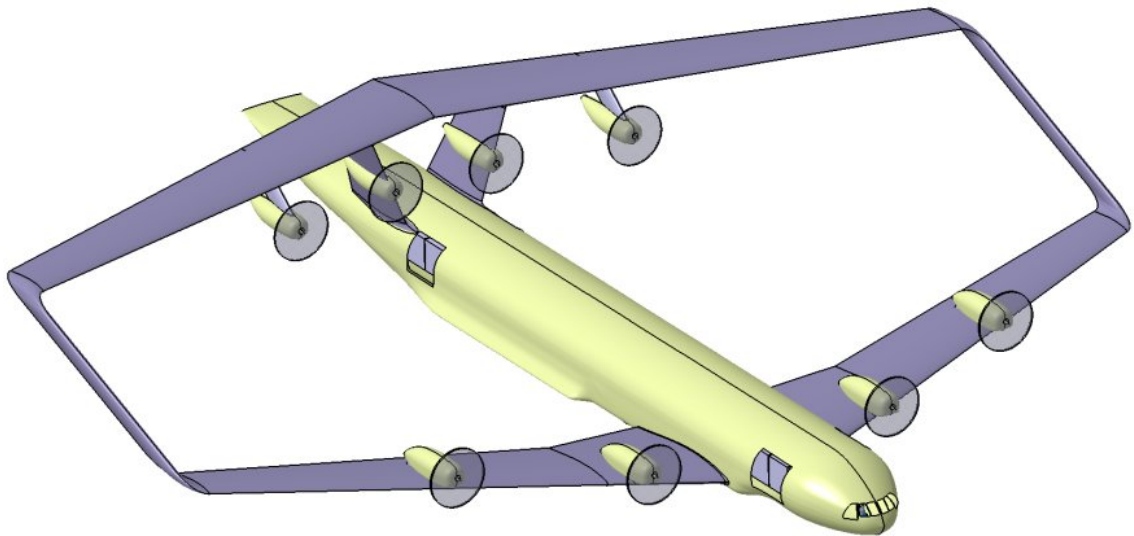


Figura 4.1: Configurazione PP

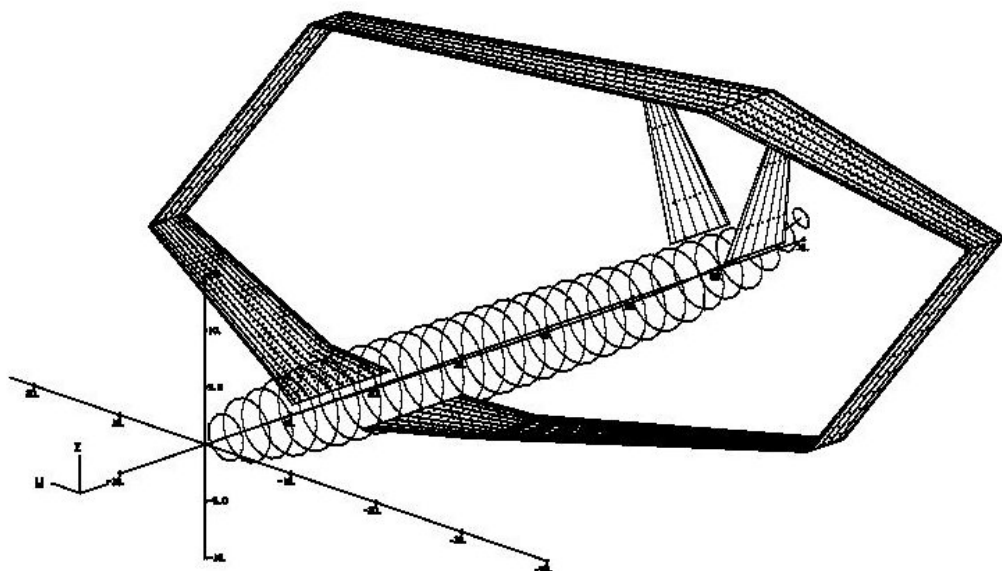


Figura 4.2: Configurazione PP

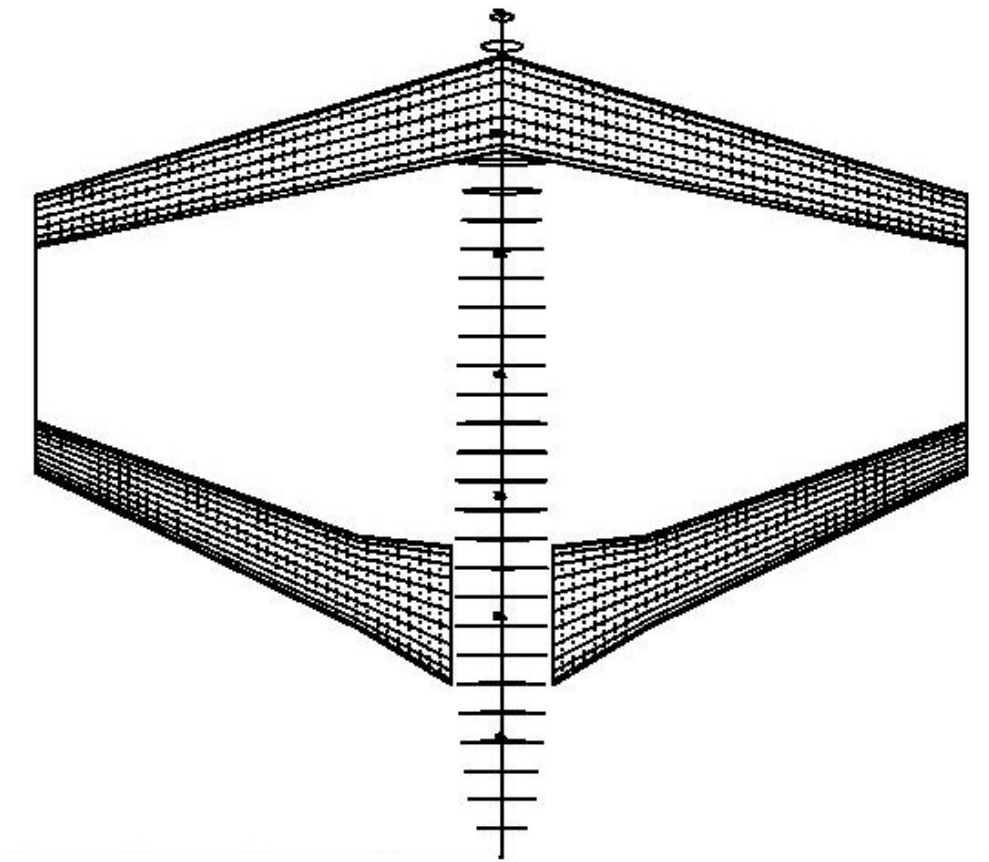


Figura 4.3: Configurazione PP

$$I = 1.0^5 kg \cdot m^2 \begin{bmatrix} 4.3989 & 0 & -0.7176 \\ 0 & 1.7913 & 0 \\ -0.7176 & 0 & 5.4154 \end{bmatrix}$$

I dati geometrici ed inerziali sono stati impiegati dagli altri moduli del programma per eseguire la procedura di dimensionamento aeromeccanico per diversi Mach di volo. La quota utilizzata per le prove è quella del livello del mare e come fattore di carico massimo si è scelto $n_{zmax} = 1.5$. I risultati delle prove sono riportati nelle seguenti tabelle :

Longitudinale	$M = 0.30$	$M = 0.35$	$M = 0.4$
Zw	-0.3866	-0.4635	-0.5364
Zq	-3.8188	-4.3371	-4.8620
$Z\delta_e$	4.04416	5.6310	6.1868
Mw	-0.0015	-0.0031	-0.0046
Mq	-0.7312	-0.8550	-0.9758
$M\delta_e$	-0.4440	-0.6184	-0.6813
$Z\alpha$	-39.4302	-55.1511	-72.9525
$M\alpha$	-0.1523	-0.3721	-0.6216

Risultati analisi

n_{zmax}	1.5263	1.7687	1.7269
ω_{sp}	0.6552	0.8688	1.0596
ζ_{sp}	0.8530	0.7588	0.7135
dimensione equilibratore[m]	5	5	5

Latero- direzionale	$M = 0.30$	$M = 0.35$	$M = 0.4$
Yv	-0.0437	-0.0559	-0.0673
$L'\beta$	-0.1528	-0.1536	-0.1535
$N'\beta$	0.0987	0.1200	0.1490
$L'p$	-0.3080	-0.3797	-0.4472
$N'p$	0.0054	0.0211	0.0334
$L'r$	0.1658	0.1479	0.1332
$N'r$	-0.0699	-0.0678	-0.0682
$L'\delta_a$	-0.3995	-0.4418	-0.5040
$N'\delta_a$	0.0147	0.0304	0.0432

Risultati analisi

Tr	2.2307	2.1830	2.0537
$P[rad/s]$	0.3111	0.3367	0.3613
Ts	-81.2171	-91.1045	-107.2252
ω_{dr}	0.3189	0.3518	0.3920
ζ_{dr}	0.1782	0.1759	0.1729
dimensione alettone[m]	9	7	6

Dall'analisi risulta che la pulsazione di corto periodo ha valori ridotti, il programma restituisce infatti l'avviso:

"Pulsazione di corto periodo insufficiente"

Questo dato non è confrontato direttamente, ma è ricavato dai vincoli sul C.A.P. citati nel paragrafo 1.4.1. In particolare per ricavare il limite minimo sulla pulsazione di corto periodo si usa l'equazione 3.2 con il valore di C.A.P. minimo ammesso, si procede in modo analogo per la pulsazione massima, l'equazione è riportata di seguito:

$$\omega_{sp-min}^2 = -CAP_{min} \cdot \frac{Z_{\alpha}}{g} \cdot \frac{(1 - \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} \frac{M_w}{Z_w})}{(1 + \frac{Z_{\delta e}}{M_{\delta e}} M_{\dot{w}})}$$

Nel capitolo seguente si approfondirà il contributo dell'ultimo termine, al momento si anticipa che la sua entità non è facilmente governabile attraverso i parametri di progetto, lo stesso vale per la derivata Z_{α} . Date queste premesse, per soddisfare i requisiti sulla pulsazione minima non si può agire in modo da abbassare il vincolo ma occorre operare sulla pulsazione di corto periodo del velivolo. L'espressione di tale grandezza, ricavata nel paragrafo 1.2, è riportata di seguito:

$$\omega_{SP} = \sqrt{-M_{\alpha} + Z_w M_q}$$

Il progettista può agire su M_{α} , questo viene effettuato variando il margine di stabilità.

Il margine di stabilità è una grandezza definita come la distanza tra il punto neutro della configurazione e la posizione del baricentro, è positivo se il baricentro si trova in posizione più avanzata rispetto al punto neutro. Il margine di stabilità è misurato come differenza tra le posizioni del baricentro (h) e del punto neutro (h_n), misurate dal bordo d'attacco della corda media aerodinamica della configurazione, si ha perciò che il margine di stabilità è pari alla quantità $-(h - h_n)$.

Le derivate CL_{α} e la Cm_{α} possono essere correlate considerando l'equilibrio in beccheggio, da cui deriva: $Cm_{\alpha} = CL_{\alpha}(h - h_n)$. Essendo CL_{α} positivo, se si ha un margine di stabilità positivo, il Cm_{α} risulta negativo. Questa situazione contribuisce alla stabilità della configurazione in quanto ad un aumento di incidenza si ha un momento negativo che tende ad annullare la perturbazione.

Tornando al problema del modulo della pulsazione di corto periodo ridotta, si può aumentare il modulo di questa grandezza aumentando il modulo di M_{α} ; date le considerazioni precedenti, questo può essere realizzato variando il margine di stabilità, cioè la posizione del baricentro. La traslazione del baricentro può essere

effettuata spostando per esempio i sistemi secondari del velivolo o riposizionando la fusoliera rispetto al sistema alare.

Osservando le tabelle si nota che lo smorzamento di corto periodo è compreso tra 0.7 e 0.9, questo intervallo rientra nei limiti imposti dalle normative per velivoli ad alta manovrabilità, che sono i più stringenti.

Per tutte le condizioni di volo si nota che il tempo caratteristico di rollio Tr è elevato, superiore a $2s$, questo permette comunque di rientrare nei limiti previsti per la classe III di velivoli se ci si pone come obiettivo il livello 2 di qualità di volo ($Tr < 3$).

Come sarà spiegato nel capitolo successivo, un tempo caratteristico di rollio elevato dipende dal basso rapporto di rastremazione delle ali, per modificare questo parametro è necessario modificare la geometria alare con conseguente variazione delle prestazioni. Il requisito sul polo di rollio è piuttosto stringente e bisogna tenerne conto già nella fase concettuale del progetto.

Un tempo caratteristico di rollio (Tr) elevato influenza anche il dimensionamento degli alettoni; riportando la formula citata nel paragrafo 3.4.2 si può osservare la dipendenza della velocità di rollio di regime P_∞ dal polo di rollio:

$$P_\infty = Tr L'_{\delta_a} \delta_a$$

dove Tr non dipende dalla dimensione degli alettoni e con δ_a si è assunta la massima deflessione possibile.

Nel caso di Tr troppo elevato in modulo, la velocità di rollio di regime è elevata, questa è però raggiunta in tempi lunghi. Il pilota avendo stimato l'entità del comando nei primi istanti di applicazione, vede una velocità troppo elevata rispetto a quella richiesta ed è costretto a controcomandare. Questa operazione aumenta il carico di lavoro sul pilota che giudicherà l'aereo in maniera negativa.

Data la dipendenza della velocità di rollio di regime dal polo di rollio, la modifica di tale polo mediante la variazione della geometria del velivolo richiede di ripetere la procedura di dimensionamento dell'alettone.

Un'altra osservazione riguarda il modo spirale, questo infatti risulta instabile. In [5] si impone che il tempo di raddoppio minimo per rientrare nel livello 1 delle qualità di volo è di $12s$. Definendo il tempo di raddoppio dell'angolo di rollio Δt come nel paragrafo 3.4.3 si ha che:

$$\Delta t = \ln(2) \cdot (-Ts)$$

Dai dati riportati nelle tabelle risulta che il tempo di raddoppio minimo è di $56s$ che è superiore a quello richiesto.

Per quel che riguarda il dutch roll, se si prende come obiettivo il livello 2 delle qualità di volo proposte in [5], lo smorzamento è sufficiente (si richiede $\zeta_{dr} > 0.02$) mentre la pulsazione ω_{dr} è leggermente inferiore al minimo richiesto di 0.4, la quantità $\omega_{dr}\zeta_{dr}$ è superiore al minimo richiesto pari a 0.05

4.2 IdInTos

Un'altra serie di prove è stata condotta su di una configurazione diversa che rappresenta il velivolo *IdInTos*. Questo velivolo è un progetto dell' *Università di Pisa* sviluppato insieme ad altre aziende, il suo prototipo è stato realizzato nel 2013 ed a breve si prevede di iniziare il programma di prove di volo.

IdInTos è un velivolo *Prandtlplane* ultraleggero, è di tipo anfibio a scafo, biposto ed ha un sistema di propulsione costituito da due ventole intubate azionate da motore termico, è in fase di studio anche una versione a propulsione elettrica.

Il velivolo è caratterizzato da un'apertura alare di $8m$, una lunghezza di circa $7m$, un'altezza di $1.6m$ carrelli esclusi e la massa totale è di circa $580Kg$. Nelle figure 4.4, 4.5 e 4.6 si riporta uno schema della configurazione.



Figura 4.4: Configurazione *IdInTos*

Anche per questa configurazione le analisi sono state condotte ad una quota pari al livello del mare e sono state scelte 3 velocità di volo diverse pari a $30m/s$, $40m/s$ e $50m/s$. Il velivolo in questione rientra nella classe degli ultraleggeri, nelle specifiche per le qualità di volo considerate in questa tesi ([5]), la classe in questione non è compresa, si tenterà comunque un confronto con altre classi di velivoli.

Per questo velivolo i dati inerziali e l'estensione delle superfici di comando sono noti, si è quindi proceduto ad un'analisi ridotta utilizzando le sole parti di programma che riguardano l'interfaccia e l'analisi con il VLM e la parte di verifica delle qualità di volo.

I risultati dell'analisi sono riportati nelle tabelle seguenti :

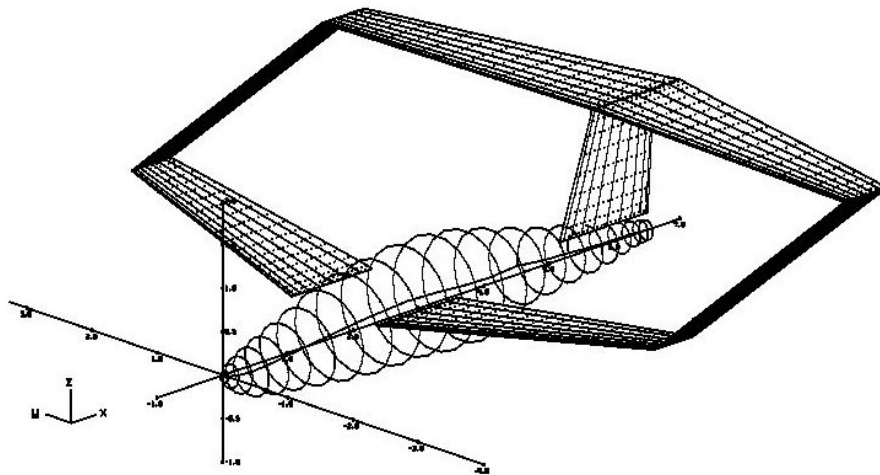


Figura 4.5: Configurazione Id

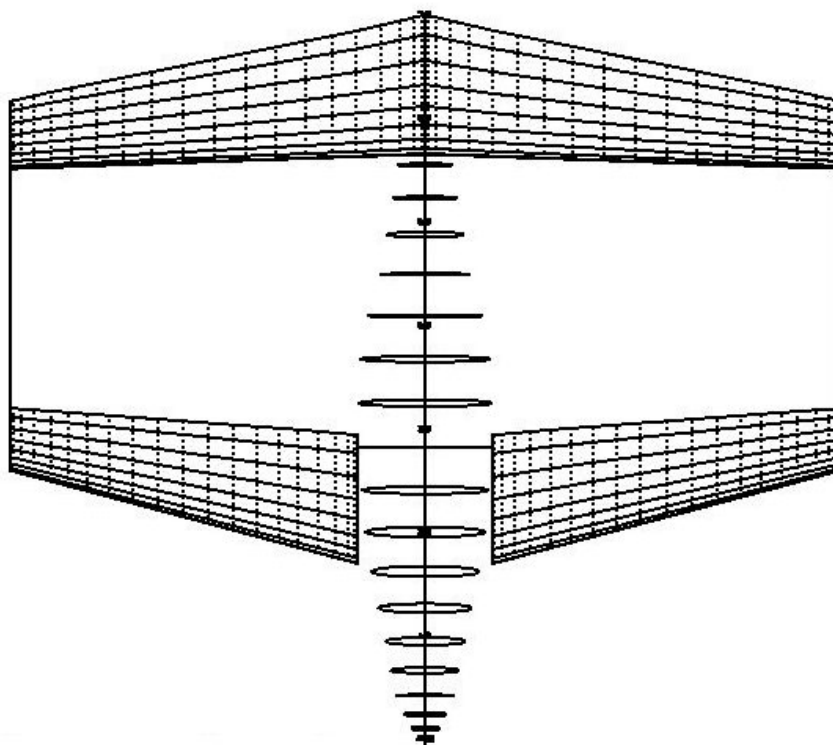


Figura 4.6: Configurazione Id

Longitudinale	$V = 30$	$V = 40$	$V = 50$
Zw	-3.3719	-3.3972	-3.4013
Zq	-4.3794	-4.4752	-4.5168
$Z\delta_e$	-1.5392	-1.5249	-1.5154
Mw	-0.2861	-0.2490	-0.2302
Mq	-6.9345	-6.8649	-6.8272
$M\delta_e$	18.5085	18.5692	18.5595
$M\alpha$	-11.4440	-9.9611	-9.2094

Risultati analisi

nz_{max}	4.4006	4.3027	4.3132
ω_{sp}	5.7943	5.6717	5.6027
ζ_{sp}	0.8894	0.9047	0.9128

Latero-direzionale	$V = 30$	$V = 40$	$V = 50$
Yv	-0.2028	-0.2170	-0.2236
$L'\beta$	-8.5277	-6.4571	-5.5183
$N'\beta$	1.5253	1.6200	1.7784
$L'p$	-3.7965	-3.8151	1.7784
$N'p$	-0.4037	-0.4277	-0.4277
$L'r$	1.1489	0.6839	0.4695
$N'r$	-0.1912	-0.1898	-0.20194
$L'\delta_a$	4.1162	4.1441	4.1429
$N'\delta_a$	-0.2431	-0.3060	-0.3280

Risultati analisi

Tr	0.1237	0.1398	0.1548
$P[rad/s]$	0.0031	0.0035	0.0039
Ts	18.6399	17.4224	18.5475
ω_{dr}	1.2506	1.2889	1.3504
ζ_{dr}	0.1575	0.1578	0.1575

Dai dati in tabella si nota che in questo caso la stabilità in beccheggio(M_α) è maggiore rispetto al velivolo precedente. Questa caratteristica era già stata osservata in precedenti lavori ([9], [10]) secondo i quali contribuisce a stabilizzare il velivolo durante il decollo dall'acqua.

Una derivata M_α elevata si riflette sulla pulsazione di corto periodo, che risulta maggiore. Lo smorzamento di corto periodo (ζ_{sp}) è elevato ma tale da mantenere i poli complessi coniugati, questo dà luogo ad una dinamica che risulta quella classica di questo modo proprio.

Rispetto al caso precedente si nota che anche la derivata Mq è maggiore, questo effetto è collegato al maggior margine di stabilità e verrà approfondito nel capitolo 5.

Il tempo caratteristico di rollio Tr è inferiore a quello massimo ammesso dai regolamenti per qualsiasi categoria di velivoli, non ci sono perciò problemi neanche nel calcolo della velocità di rollio.

La velocità di rollio di regime risulta pari a $18^\circ/s$, questa prestazione è insufficiente in quanto la richiesta per rientrare nelle qualità di volo minime della classe degli aerei leggeri è di $23^\circ/s$; per rientrare nel livello I delle qualità di volo sarebbe necessaria invece una velocità di rollio di $46^\circ/s$. Per incrementare la velocità di rollio è necessario aumentare la dimensione degli alettoni, questo può essere fatto aumentando la loro estensione in corda o in apertura alare;

Il polo spirale è stabile, cioè l'aereo tende ad annullare la perturbazione in angolo di rollio, questo permette di rientrare nelle qualità di volo minime di tutte le classi di velivolo, queste infatti ammettono che la spirale abbia un certo grado di instabilità.

Il modo proprio di dutch roll ha una pulsazione adeguata in quanto il requisito più restrittivo impone $\omega_{dr} > 1$. Lo smorzamento di dutch roll non permette di rientrare nel livello 1 delle qualità di volo ma è sufficiente per il livello 2 in quanto, per questo livello, si richiede che $\zeta_{dr} > 0.02$. Anche la quantità $\zeta_{dr}\omega_{dr}$ rientra nel livello 2 delle qualità di volo.

Le valutazioni sulle qualità di volo di questi velivoli dovranno essere in seguito verificate con metodi più sofisticati: si dovranno impiegare programmi CFD con cui ricavare derivate aerodinamiche di confronto e programmi di calcolo strutturale con cui ricavare dati inerziali più accurati. Le derivate aerodinamiche ricavate in questo lavoro sono infatti ottenute con metodi approssimati, questo è in linea con il carattere preliminare dell'analisi ma trascura alcuni effetti che potrebbero portare variazioni delle grandezze studiate. Le principali cause di scostamento dai valori qui calcolati sono da ricercarsi negli effetti della comprimibilità, dei distacchi di scia e della presenza di geometrie non aerodinamiche che si comportano come corpi tozzi. L'interferenza tra le superfici aerodinamiche può causare effetti sulla distribuzione di portanza ed anche il disegno effettivo delle superfici di controllo e delle loro cerniere può dare luogo a perdite nelle prestazioni dei comandi.

Nonostante il metodo sia approssimato, già dalle prime analisi effettuate, risultano evidenti alcuni aspetti suscettibili di miglioramento nelle due configurazioni. Il programma oggetto di questo lavoro di tesi ha proprio questo scopo, cioè dare una stima delle caratteristiche dinamiche del velivolo già nella fase concettuale, in modo da indirizzare lo sviluppo del progetto ed inserire nello stesso i vincoli legati al soddisfacimento delle qualità di volo.

Capitolo 5

Confronto della dinamica della configurazione *Prandtlplane* con quella di velivoli tradizionali

In questo capitolo si approfondiranno alcuni aspetti riguardanti le differenze tra la dinamica della configurazione *Prandtlplane* e quella monoplana tradizionale.

5.1 Confronto delle derivate aerodinamiche

Per prima cosa si procede al confronto diretto delle derivate aerodinamiche di un velivolo di configurazione *Prandtlplane* con altri due di configurazione tradizionale. Il velivolo *Prandtlplane* considerato è quello della prima analisi del capitolo 4, cioè quello di grandi dimensioni. Uno dei velivoli di confronto è il C-5A Galaxy e l'altro è il Boeing 747, entrambi non appartengono alla stessa classe del velivolo *Prandtlplane*, in quanto di dimensioni leggermente minori, ma attualmente sono alcuni dei pochi velivoli di grandi dimensioni, di cui siano state rese pubbliche le informazioni riguardanti le derivate aerodinamiche.

	PP	C5	B747
M	0.3	0.3	0.249
Zw	-0.3866	-0.572	-0.613
Zq	-3.8188	?	-7.58
$Z\delta_e$	4.0442	-13.5	-9.73
Mw	-0.0015	-0.00240	-0.00193
Mq	-0.7312	-0.773	-0.437
$M\delta_e$	-0.4440	-0.775	-0.574
$M\alpha$	-0.1523	-0.2448	-0.1633
Yv	-0.0437	-0.0995	-0.0997
$L'\beta$	-0.1528	-0.863	-1.63
$N'\beta$	0.0987	0.150	0.247
$L'p$	-0.3080	-0.997	-1.10
$N'p$	0.0054	-0.150	-0.125
$L'r$	0.1658	0.399	0.198
$N'r$	-0.0699	-0.187	-0.229
$L'\delta_a$	0.3995	0.321	0.318
$N'\delta_a$	0.0147	-0.0126	0.0300

Per tutti e tre i velivoli si nota che la derivata $M\alpha$, legata al margine di stabilità, presenta lo stesso ordine di grandezza, questo deriva dal soddisfacimento dei requisiti sul corto periodo come visto in precedenza.

La derivata Mq della configurazione *Prandtlplane* è simile a quella del C5, questa derivata tenderà a crescere con l'aumento del margine di stabilità come sarà descritto successivamente in questo capitolo.

La derivata $L'p$ della configurazione *Prandtlplane* è inferiore a quella delle altre configurazioni ed infatti questo si riflette sulla dinamica di rollio come mostrato nel capitolo 4.

Anche l'effetto diedro della configurazione *Prandtlplane* è inferiore a quello delle altre, facendo riferimento anche in questo caso a quanto visto nel capitolo 4, si nota che questa differenza si ripercuote sulla stabilità del polo spirale che è leggermente instabile. Un altro fatto che influenza il polo spirale è il modulo ridotto della derivata $N'r$ rispetto alle altre configurazioni.

In conclusione, le caratteristiche di questa configurazione *Prandtlplane* che presentano criticità, possono essere migliorate mediante un miglior dimensionamento delle superfici fisse, in particolare della deriva e dell'angolo di diedro delle ali. E' inoltre importante notare che queste problematiche non sono collegate alla configurazione *Prandtlplane* in generale ma alla soluzione specifica scelta.

5.2 Verifica delle ipotesi alla base dei modelli

Si prosegue in questo capitolo andando ad analizzare le ipotesi alla base dei modelli analizzati.

Nello sviluppo dei modelli approssimati usati tradizionalmente sono state fatte alcune ipotesi semplificative che non sono sempre vere anche per la configurazione *Prandtlplane*. Questo fatto ha portato, ove possibile, a sviluppare modelli che includessero le derivate trascurate, negli altri casi sarà necessario verificare velivolo per velivolo la validità delle ipotesi alla base dei modelli.

Nel paragrafo 1.1.2 si è fatta l'ipotesi di disaccoppiamento aerodinamico tra piano longitudinale e latero-direzionale. Secondo questa ipotesi la dinamica del piano longitudinale è influenzata dalle forze e momenti X , Z , M e si manifesta nelle variabili u , w e q , mentre quella del piano latero-direzionale è influenzata solo dalle forze e momenti Y , L , N e si sviluppa nelle variabili v , p ed r . Per confermare questa ipotesi è necessario osservare le derivate aerodinamiche adimensionali, in particolare bisogna verificare che i coefficienti di forza di un piano, quando derivati rispetto alle variabili dell'altro piano, diano risultato nullo o comunque trascurabile. Di seguito si riportano le derivate aerodinamiche adimensionali relative a due esempi di configurazione *Prandtlplane*, calcolate con il software A.V.L.. Le configurazioni sono le stesse utilizzate negli esempi del capitolo precedente, in particolare il velivolo da trasporto di grandi dimensioni (PP) ed il progetto IdInTos (ID).

	CL_α	CY_α	Cl_α	Cm_α	Cn_α
PP	3.9342	-0.000002	-0.000012	-0.474373	0
ID	3.975559	0	-0.000001	-2.741634	0
	CL_β	CY_β	Cl_β	Cm_β	Cn_β
PP	0.000001	-0.437472	-0.004160	-0.000006	0.087434
ID	0	-0.344538	-0.076032	-0.000012	-0.019438
	CL_p	CY_p	Cl_p	Cm_p	Cn_p
PP	0.000025	-0.010925	-0.405522	-0.000011	-0.020303
ID	0.000002	-0.072920	-0.480445	0	-0.010807
	CL_q	CY_q	Cl_q	Cm_q	Cn_q
PP	8.784399	-0.000008	-0.000033	-39.404930	-0.000005
ID	12.245811	0	0	-39.647285	0
	CL_r	CY_r	Cl_r	Cm_r	Cn_r
PP	-0.000002	0.214433	-0.016237	0.000002	-0.057068
ID	0	0.052300	0.071351	0.000009	-0.071766

Nella tabella precedente si sono indicati i momenti con la lettera minuscola per evitare il conflitto di notazione con CL , con cui si indica il coefficiente di portanza. Dall'analisi della tabella si nota che per le due configurazioni i termini di accoppiamento (evidenziati in grassetto) sono effettivamente trascurabili. Si è notata la stessa tendenza anche per le altre configurazioni analizzate in questo lavoro di tesi.

5.3 Effetti aerodinamici della configurazione Prandtlplane

Di seguito verranno esposti alcuni effetti aerodinamici che si manifestano nella configurazione *Prandtlplane* e che influiscono sulle derivate aerodinamiche.

5.3.1 Effetti sul piano longitudinale

Il primo effetto riguarda la derivata CL_q . La derivata adimensionale CL_q ha influenza diretta sulla derivata aerodinamica Z_q come si nota nelle formule A.3 in appendice. Tra le ipotesi che sono alla base del modello lineare del piano longitudinale, sviluppato nel capitolo 1, c'è l'ipotesi che Z_q sia trascurabile rispetto ad U_0 . dato che Z_q può presentare valori elevati questa ipotesi potrebbe non essere valida in alcune condizioni di volo, ciò ha portato a sviluppare il modello 1.8 che ne tiene conto. Lo stesso effetto che influenza CL_q contribuisce anche a Cm_q e quest'ultima derivata, se confrontata con quella di aerei convenzionali, risulta essere più elevata.

L'effetto è dovuto principalmente alla disposizione delle superfici portanti e può essere spiegato come di seguito: nella configurazione *Prandtlplane* le superfici portanti sono lontane dal baricentro ed una rotazione q intorno ad esso provoca una variazione di incidenza, positiva o negativa, a seconda che la superficie si trovi dietro o davanti al baricentro rispettivamente. La variazione di incidenza provoca una variazione di portanza. Data la distanza delle superfici dal baricentro, si viene a creare un momento che si oppone alla rotazione, contribuendo alla derivata Cm_q .

Dai dati della tabella precedente si nota che aerei con margine di stabilità più elevato (Cm_α di modulo maggiore), tendono ad avere CL_q più elevati.

Per spiegare la dipendenza di CL_q dal margine di stabilità si può ricorrere al ragionamento successivo.

Si ricorda che CL_q è indice della variazione di portanza in seguito ad una rotazione q del velivolo e la sua espressione è riportata nelle formule A.1 in appendice.

Come già esposto, una rotazione intorno all'asse Y baricentrale provoca una variazione di incidenza sulle superfici portanti descritta dalla formula:

$$\Delta\alpha = -\frac{qx}{U_0}$$

dove con x si è indicata la distanza dal baricentro misurata lungo l'asse stabilità x (rivolto in avanti).

Si ipotizza per semplicità di avere una configurazione con ali dritte e si trascurano gli effetti di interferenza tra le ali. Si indicano con l_a la distanza dal baricentro del centro aerodinamico dell'ala anteriore e con l_p quella dell'ala posteriore. Si indicano inoltre con ΔL_a ed ΔL_p le variazioni di portanza dell'ala anteriore e di quella posteriore dovute alla velocità q , queste sono esprimibili attraverso la formula:

$$\Delta L_i = \frac{1}{2}\rho S V^2 C L_{\alpha} \cdot \Delta\alpha_i$$

Date queste premesse, considerando le ali di uguale forma in pianta, si ha che la risultante delle forze dovute alla variazione di incidenza conseguente alla velocità di beccheggio q è data da:

$$\begin{aligned}\Delta L &= \Delta La + \Delta Lp = \frac{1}{2}\rho SV^2 CL\alpha \cdot \Delta\alpha_a + \frac{1}{2}\rho SV^2 CL\alpha \cdot \Delta\alpha_p = \\ &= \frac{1}{2}\rho SV^2 CL\alpha \cdot (\Delta\alpha_a + \Delta\alpha_p) = \frac{1}{2}\rho SV^2 CL\alpha \frac{q}{U_0} \cdot (lp - la)\end{aligned}$$

In figura 5.1 riporta uno schema delle forze citate.

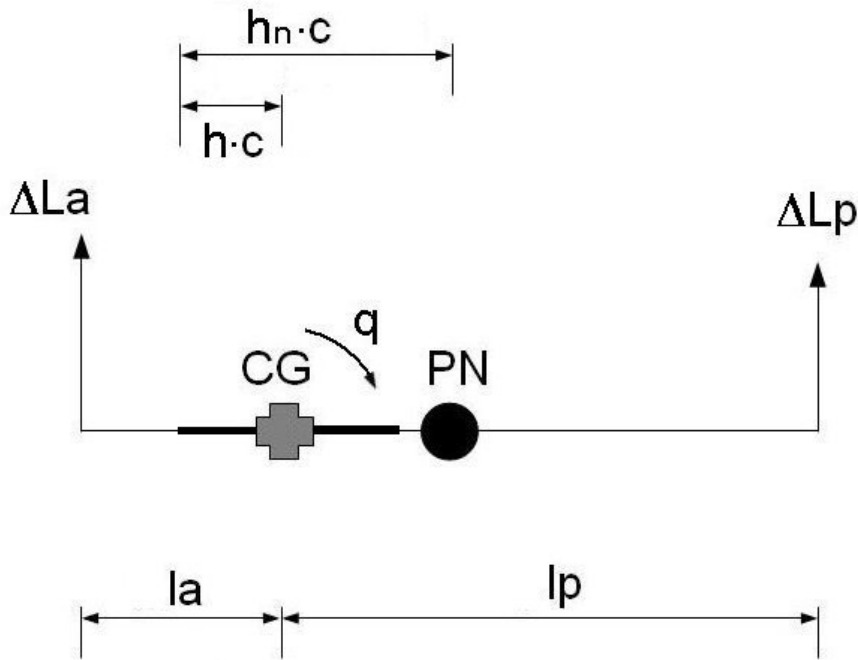


Figura 5.1: Schema forze dovute a q

Dall'ultima uguaglianza si nota che se il baricentro è posto a metà tra i centri aerodinamici delle ali si ha $lp = la$ e non si ha variazione di portanza a seguito di una rotazione con velocità q . Per ali uguali e trascurando l'interferenza reciproca si ha perciò che il punto rispetto al quale si annulla il CLq coincide con il punto neutro.

Non è però possibile realizzare un aereo di questa geometria con CLq nullo perché questo requisito comporterebbe un margine di stabilità nullo.

Questa affermazione deriva dal fatto che per la geometria scelta il punto centrale tra i centri aerodinamici delle due ali è anche il punto neutro della configurazione e scegliendo $lp = la$ si posiziona il baricentro proprio sul punto neutro ottenendo un margine di stabilità nullo.

Si sposta allora il baricentro in avanti per ottenere un margine di stabilità $(h - h_n)$ adeguato.

Osservando la figura 5.1 risulta evidente che $(lp - la) = (h - h_n)c$, quindi se si vuole ottenere un aereo con tale configurazione e stabile in beccheggio ($-(h - h_n) > 0$) risulterà necessariamente $Zq \neq 0$.

Di seguito si riporta una tabella riguardante l'analisi condotta con il VLM sulla geometria di figura 5.2. L'analisi è stata effettuata variando la posizione del baricentro misurata dal bordo d'attacco dell'ala anteriore. Gli andamenti delle derivate aerodinamiche sono mostrati nel grafico 5.3.

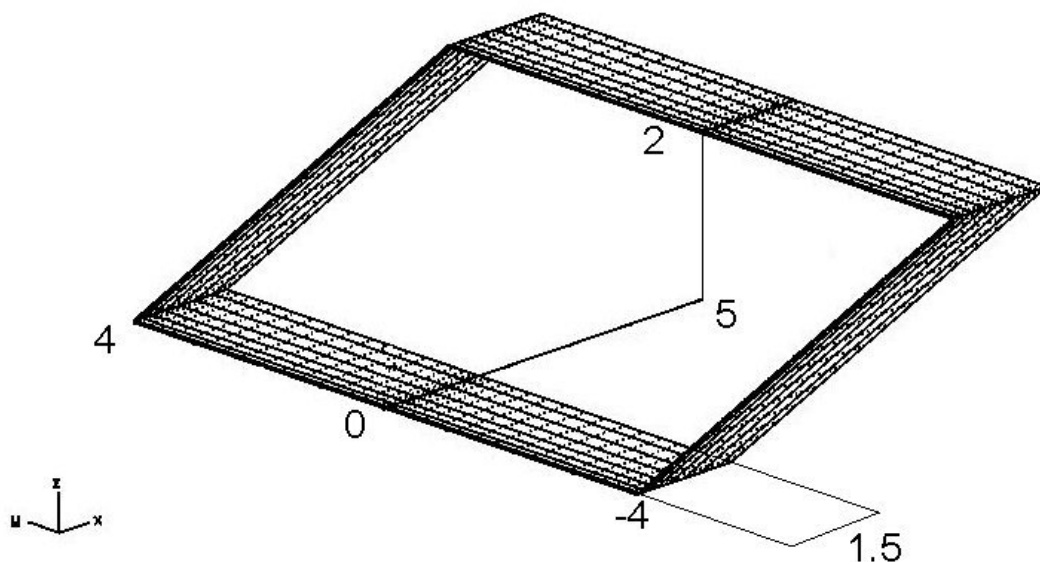


Figura 5.2: Geometria di prova

Prova	Xcg	$CL\alpha$	$Cm\alpha$	CLq	Cmq
P1	2.6875	3.621	0.486	6.373	-25.04
P2	2	3.621	-1.178	9.692	-29.04
P3	1.2	3.621	-2.385	12.102	-33.86
P4	1.5	3.621	-3.109	13.554	-37.52

Il punto neutro, per tutti i casi, si trova a $2.4879m$ dal bordo d'attacco dell'ala anteriore, mentre il punto di mezzo tra i centri aerodinamici teorici delle due ali è a $2.6875m$, questo significa che gli effetti della geometria e dell'interferenza spostano avanti il punto neutro. Anche il fatto che il CLq non si annulli quando il baricentro transita sul punto neutro è da attribuire all'interferenza tra le ali. Tale interferenza sposta il punto di annullamento del CLq più indietro rispetto al punto centrale. Rimane comunque valida la tendenza all'aumento del CLq con l'aumento del margine di stabilità (e perciò del modulo di $Cm\alpha$).

Ottenuto questo risultato si può ricavare anche il contributo del Cmq ; infatti il momento risultante dovuto alla velocità q può essere espresso come:

$$\Delta M = \Delta L_a \cdot l_a - \Delta L_p \cdot l_p =$$

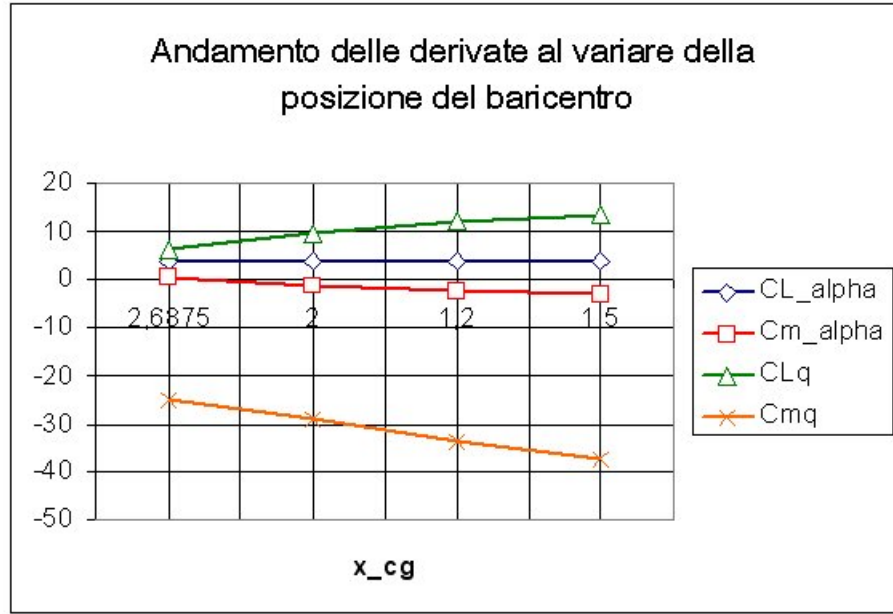


Figura 5.3: Andamento d CL_q ed Cm_q al variare della posizione del baricentro

$$= \frac{1}{2} \rho S V^2 C L \alpha \cdot (\Delta \alpha_a l a - \Delta \alpha_p l p) = -\frac{1}{2} \rho S V^2 C L \alpha \frac{q}{U_0} \cdot (l p^2 + l a^2)$$

Risulta quindi un momento negativo per una perturbazione positiva in q , cioè un momento smorzante.

L'effetto aerodinamico su Cm_q qui riportato, contribuisce all'aumento del modulo della derivata Mq . Va ricordato che la derivata Mq è divisa per il momento d'inerzia I_{yy} . Nella configurazione *Prandtlplane* tale momento è maggiore rispetto alle configurazioni tradizionali a causa della distribuzione spaziale della struttura. Ciononostante l'effetto aerodinamico sembra prevalere nelle configurazioni analizzate.

Un elevato valore di Mq ha influenza sul modo di corto periodo di cui si riportano di seguito le espressioni delle sue caratteristiche

$$\omega_{SP} = \sqrt{-M_\alpha + Z_w M_q}$$

$$\zeta_{SP} = (Z_w + M_q + M_{\dot{\alpha}}) / (2\omega_{SP})$$

Concentrandosi in particolare sulla pulsazione di corto periodo, si ricorda che questa è limitata entro un valore massimo ed uno minimo dalle qualità di volo. Tutte le derivate che compaiono nell'espressione di ω_{SP} sono negative, quindi ad un aumento del modulo della derivata Mq rispetto alle configurazioni tradizionali deve corrispondere una diminuzione del modulo di una delle altre due. In particolare il progettista può intervenire su M_α variando il margine di stabilità con lo spostamento del baricentro. Questo significa che la configurazione *Prandtlplane* per rispettare i requisiti delle qualità di volo dovrà avere margini di stabilità ridotti rispetto alle configurazioni tradizionali. Alla riduzione del margine di stabilità corrisponderà una riduzione del modulo di Zq per gli effetti mostrati in precedenza.

5.3.2 Effetti sul piano latero-direzionale

L'introduzione delle paratie laterali nella configurazione *Prandtlplane* comporta diversi effetti aerodinamici nel piano latero-direzionale; questi sono in genere secondari ma possono comunque contribuire a determinare il valore di alcune derivate aerodinamiche.

Uno degli effetti è sicuramente il contributo al coefficiente $CY\beta$, infatti una componente di vento laterale aumenta l'incidenza laterale β dei profili delle paratie, questo aumenta la portanza laterale e si viene a creare una forza che fa traslare il velivolo nella direzione del vento. Questo effetto va sommato al contributo della deriva e della fusoliera ed assume maggiore importanza a all'aumentare del rapporto tra l'area laterale della paratia e quella degli elementi citati.

Un altro effetto riguarda la derivata adimensionale $Cl\beta$ cioè l'effetto diedro. Il contributo della paratia a questo effetto è generato da un incremento di portanza laterale analogo a quello che contribuisce a $CY\beta$. Dato che il vento laterale provoca una variazione di incidenza omogenea sulla paratia, se le ali hanno corda all'estremità uguale, la risultante della variazione della portanza laterale passa per il punto della paratia a metà del *gap* tra le due ali. Se il baricentro non si trova a metà del *gap*, la risultante genererà un momento di rollio. Per β positivi e baricentro al di sotto del punto di mezzo del *gap* il momento di rollio è negativo, se invece il baricentro è posto superiormente si ha momento di rollio positivo. In conclusione non è possibile osservare un comportamento generale ma le paratie laterali forniscono comunque un contributo non trascurabile;

L'ultimo effetto aerodinamico della paratia laterale dovuto al vento laterale è quello che contribuisce a $Cn\beta$. Questo effetto è sempre generato dal disassamento rispetto al baricentro della risultante della variazione di portanza dovuta al vento laterale. In questo caso il disassamento è in direzione longitudinale. Se il baricentro non coincide con il punto centrale della paratia proiettato sull'asse X , il braccio della forza genererà un momento imbardante che a seconda dei casi può essere positivo o negativo. Per quanto detto a proposito della posizione del baricentro quando si è trattato il problema riguardante il CLq , si può affermare che il baricentro si trova in posizione più avanzata del centro della configurazione, le paratie invece si sviluppano solitamente in maniera simmetrica rispetto a questa posizione. Il contributo al $Cn\beta$ dovuto alla paratia è quindi solitamente positivo cioè incrementa la rigidità in imbardata, tuttavia questo effetto può variare a seconda della geometria della configurazione ed andrà verificato di volta in volta.

Nella figura 5.4 si riporta uno schema che riassume gli effetti causati dalla velocità laterale sulla paratia.

Altri effetti aerodinamici sulle paratie sono provocati dalla velocità di rollio p . Il più evidente è il contributo a Clp : dato che, durante una rivoluzione intorno all'asse di rollio, la paratia compie un giro attorno a se stessa, si verrà a creare una variazione di incidenza a "farfalla" lungo la paratia la quale genera un momento che si oppone al rollio. L'effetto è analogo allo smorzamento in rollio dell'ala: questa vede aumentare l'incidenza sull'ala che si abbassa e diminuirla sull'ala che si alza, si viene così a creare un momento opposto alla velocità di rollio. Nel caso il baricentro non si trovi a metà del *gap*, esiste anche un contributo a CYp . Infatti in questo caso

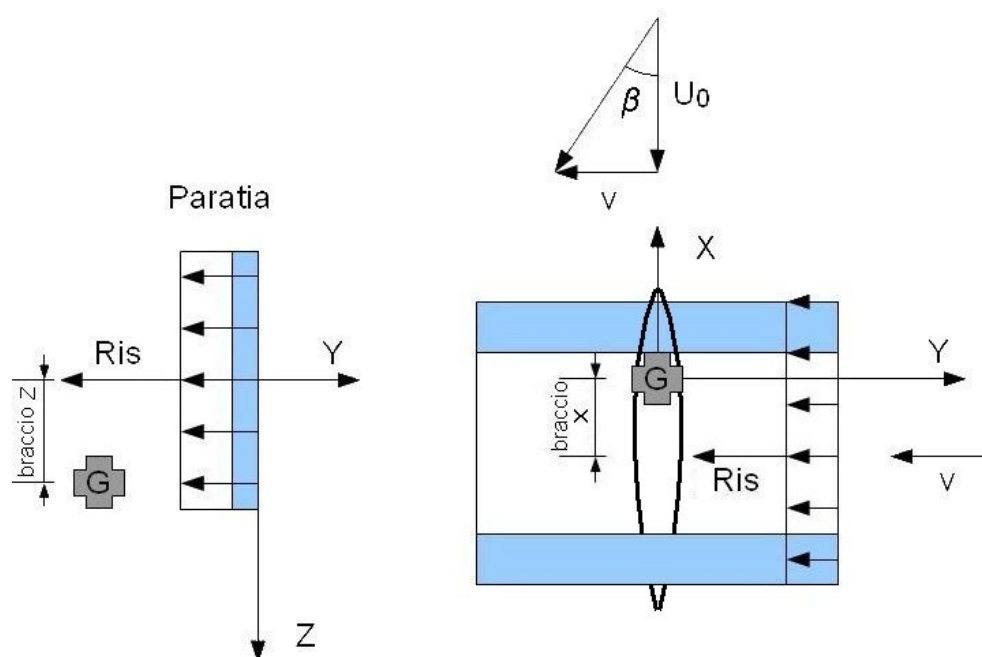


Figura 5.4: Effetto della perturbazione in velocità laterale

la distribuzione di incidenza a "farfalla" non ha alle due estremità incidenze di pari entità, questo crea una dissimmetria nella distribuzione di portanza laterale che avrà risultante non nulla, in questo modo si crea una forza laterale Y . Le paratie, quando sottoposte ad una velocità di rollio, creano anche un effetto su Cnp . Anche in questo caso l'effetto è dovuto alla posizione del baricentro non allineata con la risultante lungo Y , questa volta però il disallineamento è longitudinale invece che verticale; la risultante Y citata nell'effetto su CYp avrà in questo modo un braccio rispetto al baricentro e si verrà a creare un momento imbardante. In figura 5.5 è illustrato uno schema degli effetti di della velocità di rollio sulla paratia.

Le paratie inducono effetti di accoppiamento analoghi ai precedenti anche in presenza di velocità di imbardata r . L'effetto principale in questo caso è il contributo a Cnr : la velocità di rotazione r intorno al baricentro crea una variazione di incidenza laterale sulla paratia, i punti anteriori al baricentro vedono aumentare l'incidenza β e quelli posteriori la vedono invece ridursi. In questo modo si viene a creare un momento imbardante che si oppone alla rotazione r e si genera quindi una rigidità in imbardata analoga a quella della deriva. Gli effetti su Clr e CYr sono invece dovuti alla dissimmetria nella distribuzione delle incidenze lungo la paratia quando il baricentro non si trova nel suo punto centrale. In particolare l'effetto su CYr è generato da uno scostamento longitudinale del baricentro dalla posizione mediana della paratia che crea una distribuzione di portanza laterale a risultante non nulla. L'effetto su Clr è causato dal posizionamento verticale del baricentro, questo da modo alla risultante lungo Y di avere un braccio tale da generare un momento di rollio. In figura 5.6 viene riportato uno schema degli effetti della velocità di imbardata sulle paratie.

Di seguito si riportano i risultati di alcune analisi condotte sulla geometria di

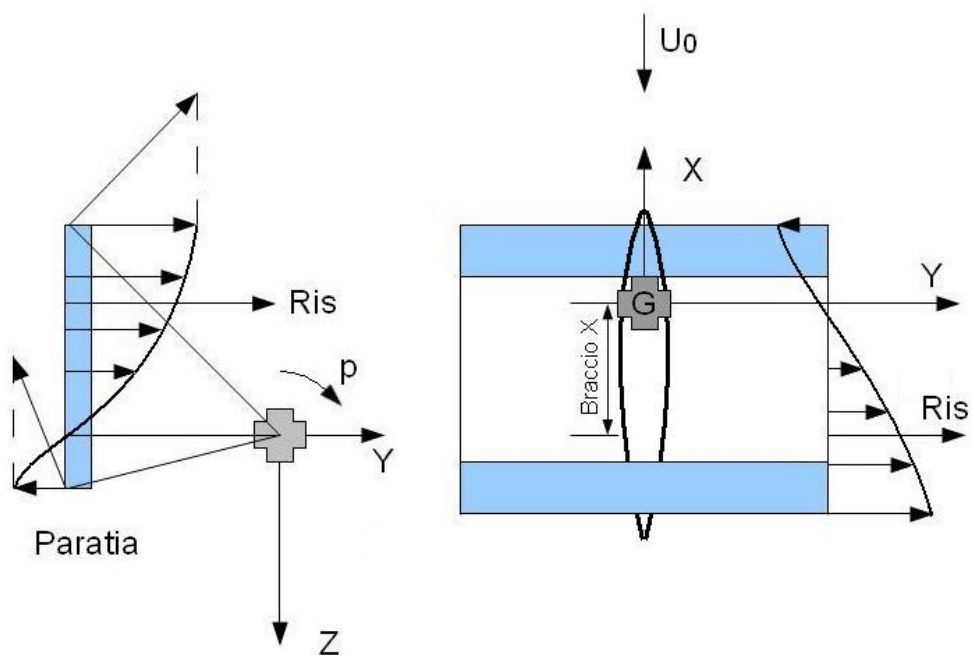


Figura 5.5: Effetto della velocità di rollio

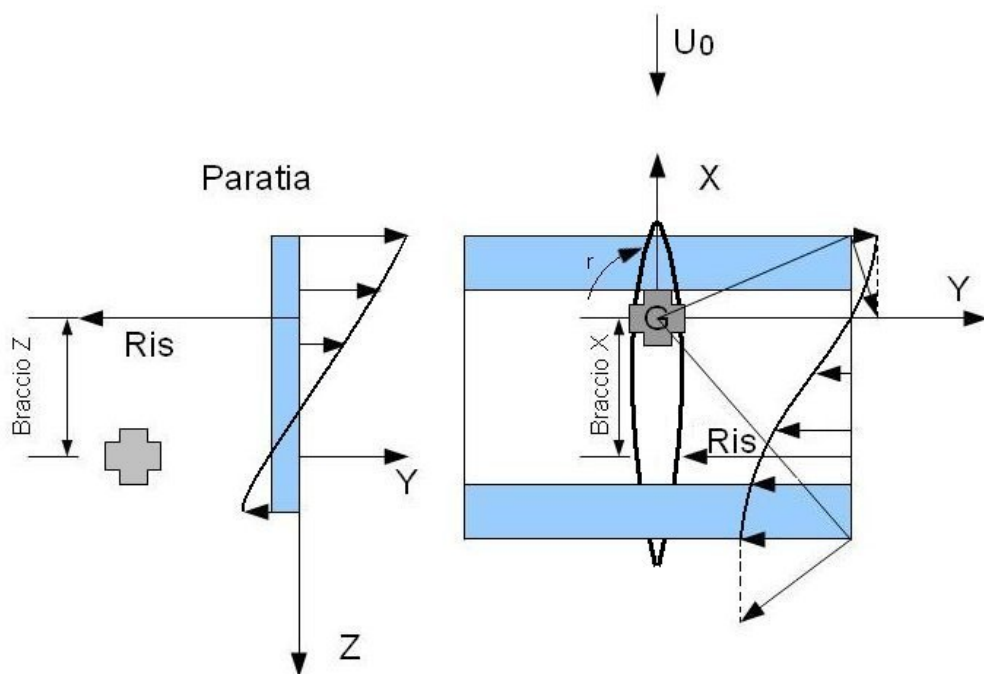


Figura 5.6: Effetto della velocità di imbardata

prova in figura 5.7. Le prove sono state condotte su tre casi diversi per avere un'idea dell'importanza reciproca degli effetti aerodinamici. La prima analisi (*free*) è stata condotta con una geometria senza paratie né deriva, nella seconda (*bulk*) sono state introdotte solo le paratie e nella terza *fin* solo la deriva in modo da avere un confronto. In seguito sono state condotte altre prove variando la posizione del baricentro sia in direzione longitudinale che verticale.

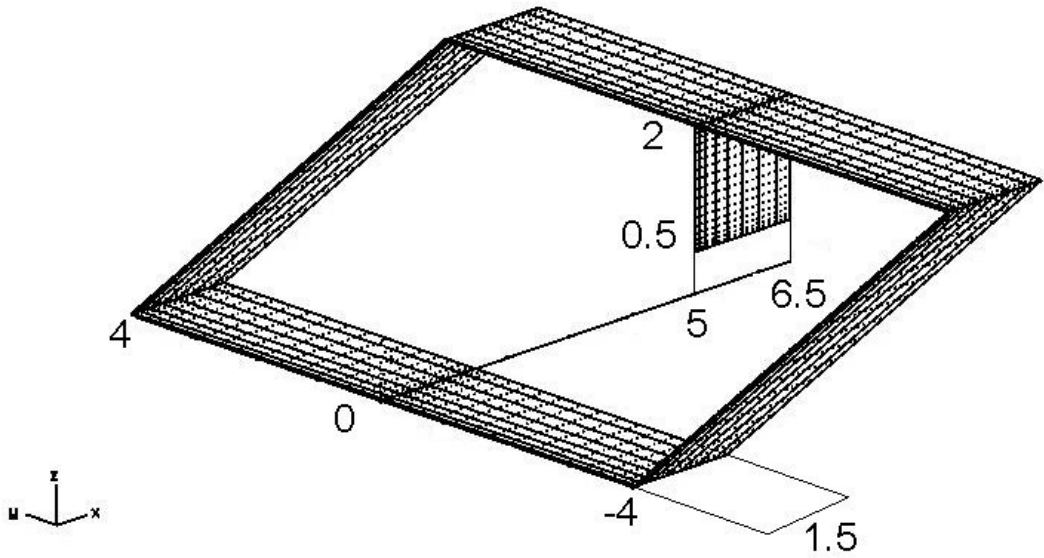


Figura 5.7: Geometria di prova

Nella tabella seguente sono riportate le posizioni del baricentro usate nelle diverse prove:

	$X_g [m]$	$Y_g [m]$
A1	2.6875	1
A2	1.5	1
A3	2.6875	0
A4	1.5	0

Di seguito si riportano i coefficienti di momento ricavati con il metodo VLM:

	A1 free	A1 bulk	A1 fin	A2 free	A2 bulk	A2 fin
$CY\beta$	0	-0.329	-0.142	0	-0.329	-0.142
$Cl\beta$	0	0.021	-0.015	0	0.022	-0.015
$Cn\beta$	0	0.013	0.045	0	0.062	0.067
CYp	0	-0.043	-0.001	0	-0.043	-0.001
Clp	-0.377	-0.374	-0.377	-0.377	-0.374	-0.377
Cnp	0	0.003	0.001	0	0.009	0.001
CYr	0	0.066	0.126	0	0.163	0.168
Clr	0	-0.003	0.013	0	-0.009	0.017
Cnr	0	-0.018	-0.042	0	-0.045	-0.081
	A3 free	A3 bulk	A3 fin	A4 free	A4 bulk	A4 fin
$CY\beta$	0	-0.329	-0.142	0	-0.329	-0.142
$Cl\beta$	0	-0.019	-0.033	0	-0.019	-0.033
$Cn\beta$	0	0.013	0.046	0	0.062	0.067
CYp	0	-0.125	-0.036	0	-0.125	-0.036
Clp	-0.377	-0.384	-0.385	-0.377	-0.384	-0.385
Cnp	0	0.007	0.012	0	-0.025	0.017
CYr	0	0.066	0.126	0	0.163	0.168
Clr	0	0.005	0.029	0	0.011	0.039
Cnr	0	-0.018	-0.042	0	-0.046	-0.081

Dai dati in tabella si nota che le derivate di momento in β incrementano il loro modulo al variare della distanza del baricentro dal centro delle paratie. Per $Cl\beta$ l'incremento al variare della posizione verticale è limitato. L'incremento del $Cn\beta$ al variare della posizione longitudinale del baricentro è invece rilevante ed il contributo è paragonabile a quello della deriva. Il $CY\beta$, essendo indipendente dalla posizione del baricentro, non varia; la sua importanza rispetto al contributo della deriva, per questa geometria, è rilevante.

Osservando le derivate in p si nota innanzitutto che il contributo della paratia alla derivata Clp è trascurabile, infatti predomina il contributo dell'ala. Si nota inoltre che la paratia aumenta la sua influenza su CYp se il baricentro si sposta dalla posizione centrale del *gap*, questo effetto ha una rilevanza maggiore rispetto al contributo della deriva. Per quel che riguarda il contributo della paratia a Cnp si nota che questo aumenta all'avvicinarsi del baricentro all'ala anteriore.

La derivata Cnr aumenta all'aumentare della distanza longitudinale tra il baricentro ed il centro della configurazione. Questo effetto può essere dovuto alla derivata CYr , anche questa aumenta con lo spostamento del baricentro dalla posizione centrale, la stessa distanza agisce anche da braccio della forza e si crea un momento imbardante. L'effetto della paratia su Clr varia al variare della posizione verticale del baricentro ma il suo contributo rispetto quello della deriva è di entità ridotta.

La configurazione di prova è stata scelta con una geometria semplice per determinare in maniera qualitativa l'effetto delle paratie sulle varie derivate aerodinamiche. In genere nelle configurazioni reali l'ala presenta un rapporto di rastremazione di circa 3 per minimizzare la resistenza indotta. Questo tipo di geometria dell'ala produce paratie con superficie minore, un terzo di quelle generate con la geometria

di prova, ciò significa che il contributo aerodinamico della paratia è ridotto rispetto a quello degli esempi.

Un altro aspetto da specificare riguarda le derivate aerodinamiche dimensionali.

Osservando le espressioni di queste derivate riportate in appendice si nota che esse dipendono direttamente dalle derivate adimensionali, ma anche che sono divise per un termine inerziale: la massa per le derivate di forza o un momento d'inerzia per le derivate di momento.

La classe del velivolo, oltre che dalla missione, è identificata dal peso dello stesso. Ciò significa che confrontando un velivolo *Prandtlplane* con un velivolo della stessa classe ma di configurazione tradizionale il peso dei due velivoli sarà dello stesso ordine di grandezza.

Data questa premessa, si ha che le derivate aerodinamiche dimensionali delle forze rispecchieranno l'andamento delle derivate adimensionali, questo perché divise per masse che sono all'incirca uguali.

La configurazione *Prandtlplane* presenta elementi strutturali lontani dal baricentro e quindi i momenti d'inerzia di questa configurazione saranno più elevati rispetto a quelli di un velivolo tradizionale, questo nonostante il peso complessivo della macchina sia equiparabile. I momenti d'inerzia vanno a dividere le derivate aerodinamiche di momento e perciò, anche se alcuni effetti aerodinamici di momento possono risultare più grandi, il loro effetto sulla dinamica può essere reso meno evidente dal denominatore elevato.

5.3.3 Effetti secondari

Un altro effetto aerodinamico tipico della configurazione *Prandtlplane* è l'effetto collaterale dell'angolo di diedro dell'ala.

Un'ala che presenti un angolo di diedro, investita da un flusso laterale, vede una variazione di incidenza dei propri profili. Questo è dovuto al fatto che la proiezione della velocità laterale nel piano dell'ala ha una componente perpendicolare all'ala stessa e genera quindi una variazione di incidenza. Si prende ad esempio una semiala destra con angolo di diedro positivo. Se questa è investita da un flusso laterale proveniente dalla destra del velivolo (β positivo), andando a valutare la componente di velocità perpendicolare al piano della semiala, si ottiene una componente rivolta verso l'alto. Questo provoca un aumento dell'incidenza sulla semiala e di conseguenza un aumento della portanza. Viceversa accade per la semiala sinistra che investita dallo stesso flusso ha una diminuzione di portanza. Questo effetto è riassunto nella figura 5.8.

La differenza di portanza sulle due semiali genera un momento di rollio che fa ruotare il velivolo dalla parte opposta alla direzione dalla quale arriva il vento laterale, tale effetto influenza la derivata $Cl\beta$ e viene indicato come effetto diedro.

L'effetto diedro viene generalmente utilizzato per stabilizzare la spirale come si può evincere dall'espressione del polo spirale nel paragrafo 1.3.1

Data l'inclinazione della semiala, la variazione di portanza avrà anche una componente nella direzione Y . Dal momento che la semiala destra ha una variazione di portanza positiva e la sinistra negativa, le due componenti lungo Y non si annullano, ma si vanno a sommare creando una risultante in direzione di tale asse, come si

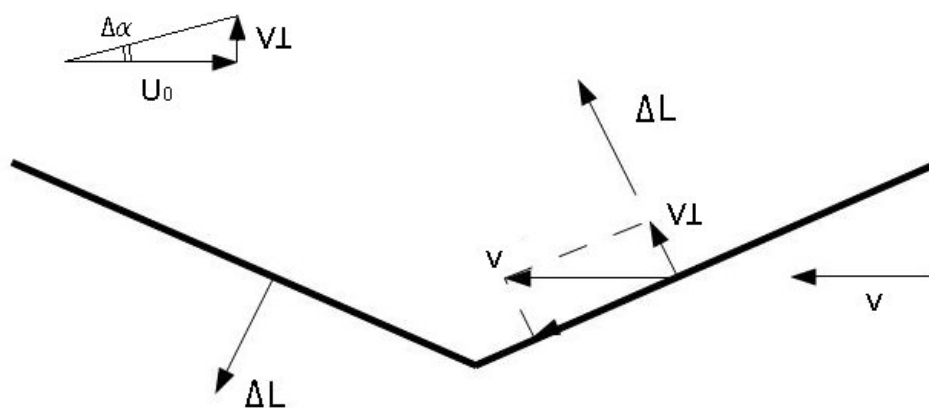


Figura 5.8: Effetto diedro

puo' evincere dalla figura. Si avrà perciò anche un contributo alla derivata $CY\beta$. A differenza delle configurazioni tradizionali, per la configurazione *Prandtlplane* si aggiunge anche un altro effetto: l'ala con diedro è infatti posta ad una certa distanza dal baricentro, la forza laterale che si viene a creare da quindi un momento imbardante, positivo o negativo, a seconda che questa si trovi dietro o davanti al baricentro.

Nella tabella successiva si riportano i risultati di alcune prove condotte per studiare l'influenza del diedro alare sulla rigidità in imbardata, è stata scelta una geometria priva di paratie per isolare l'effetto del diedro. L'analisi è stata compiuta con una geometria priva di deriva e con angoli di diedro dell'ala anteriore crescenti, come ultima analisi di confronto si sono riportate le caratteristiche di della stessa configurazione con diedro nullo e deriva della geometria indicata in figura 5.10. Nel grafico 5.10 è riportato l'andamento delle derivate aerodinamiche al variare dell'angolo diedro.

diedro Γ (deg)	0	3	6	9	deriva
$CY\beta$	0	-0.003	-0.013	-0.032	-0.142
$Cl\beta$	0	-0.014	-0.026	-0.040	-0.015
$Cn\beta$	0	-0.001	-0.004	-0.010	0.046

Si nota che l'aumento dell'angolo diedro porta ad un rapido aumento del modulo di tutte le derivate in β . Si è variato solo l'angolo di diedro dell'ala anteriore per mettere in risalto l'effetto instabilizzante che questa soluzione ha sull'intera configurazione. Per angolo di diedro di 9 gradi si puo' notare che il contributo del diedro al $Cn\beta$ assume valori di circa $\frac{1}{5}$ del contributo della deriva, questo si traduce in una sensibile riduzione della stabilità in imbardata.

Solitamente nella configurazione *Prandtlplane* si tende a dare un angolo di diedro solo all'ala inferiore in modo da massimizzare la distanza da terra dei tip delle ali, questo per rispettare le prescrizioni delle normative in atterraggi con vento trasverso ed altri motivi funzionali.

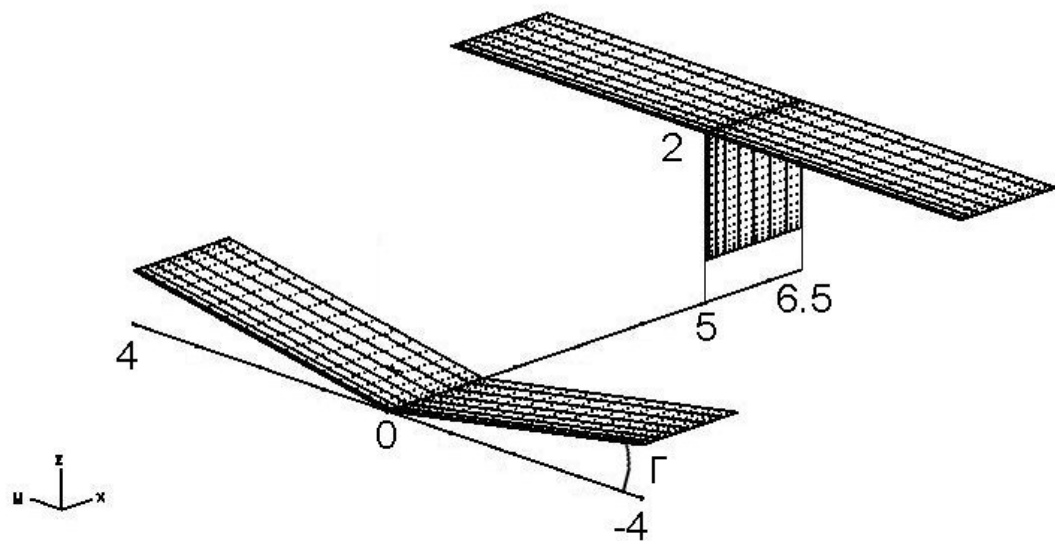


Figura 5.9: Geometria di prova

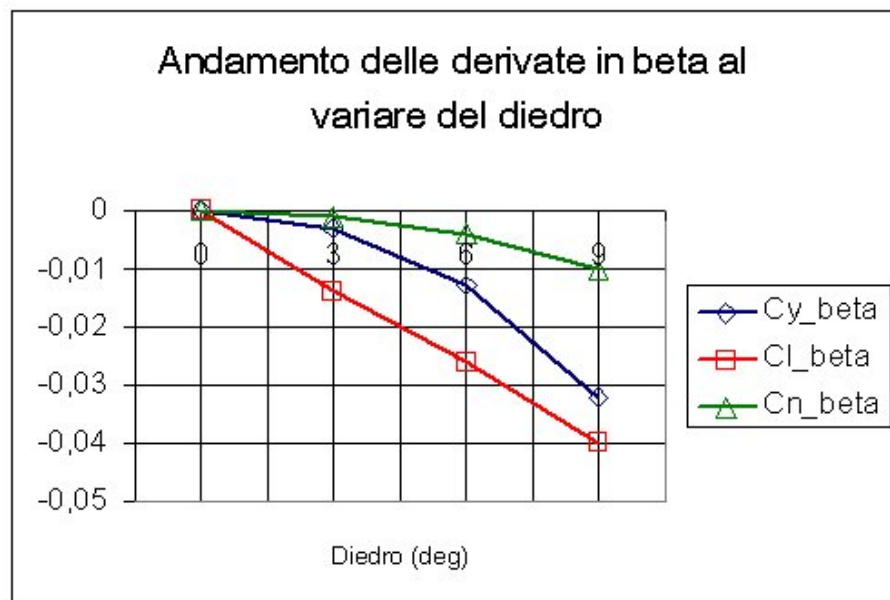


Figura 5.10: Andamento di Cy_{β} , Cl_{β} e Cn_{β} al variare dell'angolo diedro

Questa pratica andrà però limitata dato l'effetto instabilizzante in imbardata appena mostrato. E' da prediligere un uguale angolo di diedro sulle ali se queste hanno pari superficie, od alternativamente angoli di diedro tali da annullare l'effetto imbardante dovuto a tale angolo. Quando questa scelta non sarà possibile andrà compensata la rigidità in imbardata tramite l'estensione della superficie della deriva.

L'ultimo effetto aerodinamico del quale si tratterà è un effetto di interferenza tra ala anteriore e posteriore. In particolare trattando il dimensionamento degli alettoni si è notato che esiste un effetto di perdita di efficacia degli alettoni posteriori all'aumentare dell'incidenza del velivolo. Il modello utilizzato per ricavare i coefficienti aerodinamici con il metodo VLM è presentato nella figura 5.11 e corrisponde al progetto IdInTos, i risultati della procedura sono raccolti nella seguente tabella e sintetizzati nel grafico 5.12

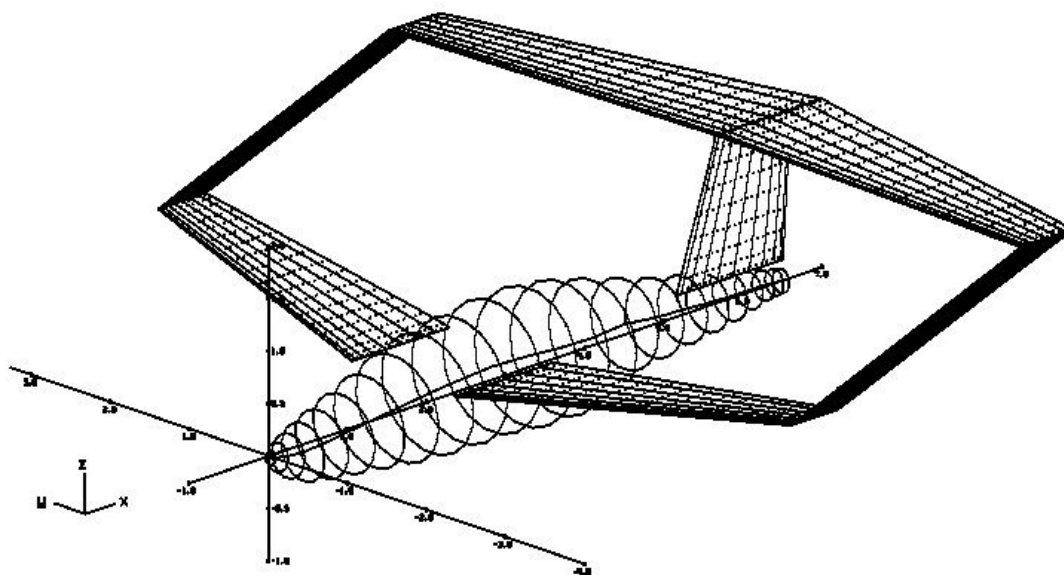


Figura 5.11: Geometria di prova

angolo incidenza configurazione	$Cl\delta_a$ Body	$Cl\delta_a$ Body (2x alettone post)
-5	-0,000943	-0,001667
-4	-0,000943	-0,001666
-3	-0,000942	-0,001666
-2	-0,000941	-0,001665
-1	-0,000940	-0,001663
0	-0,000937	-0,001661
1	-0,000935	-0,001657
2	-0,000931	-0,001652
3	-0,000928	-0,001647
4	-0,000923	-0,001640
5	-0,000918	-0,001632
6	-0,000913	-0,001623
7	-0,000907	-0,001614
8	-0,000900	-0,001603
9	-0,000893	-0,001592
10	-0,000886	-0,001580
11	-0,000878	-0,001567
12	-0,000870	-0,001553
13	-0,000861	-0,001539
14	-0,000853	-0,001525
15	-0,000845	-0,001510
16	-0,000836	-0,001494
17	-0,000828	-0,001479
18	-0,000820	-0,001464
19	-0,000812	-0,001448
20	-0,000804	-0,001433
21	-0,000795	-0,001417
22	-0,000787	-0,001404
23	-0,000779	-0,001390
24	-0,000770	-0,001377
25	-0,000762	-0,001363

Sono state provate due soluzioni, la prima è con alettoni uguali sulle due ali, la seconda con alettoni dell'ala posteriore di dimensione doppia in apertura alare rispetto agli alettoni della prova precedente. Dal grafico si nota che il secondo caso, pur avendo derivata di modulo più elevato, perde efficacia all'aumentare dell'incidenza in modo maggiore rispetto al caso con alettoni di ugual apertura.

Dato questo effetto risulta conveniente creare alettoni di stessa apertura sulle due ali, in questo modo si massimizza l'efficacia rispetto alla superficie utilizzata.

Questa soluzione non è sempre possibile a causa della necessità di installare ipersostentatori; nel progetto IdInTos ad esempio, gli ipersostentatori dell'ala anteriore sono di tipo *fowler*, questo rende poco pratico variare la dimensione degli alettoni a causa della complessità dei meccanismi di azionamento. L'ala posteriore presenta

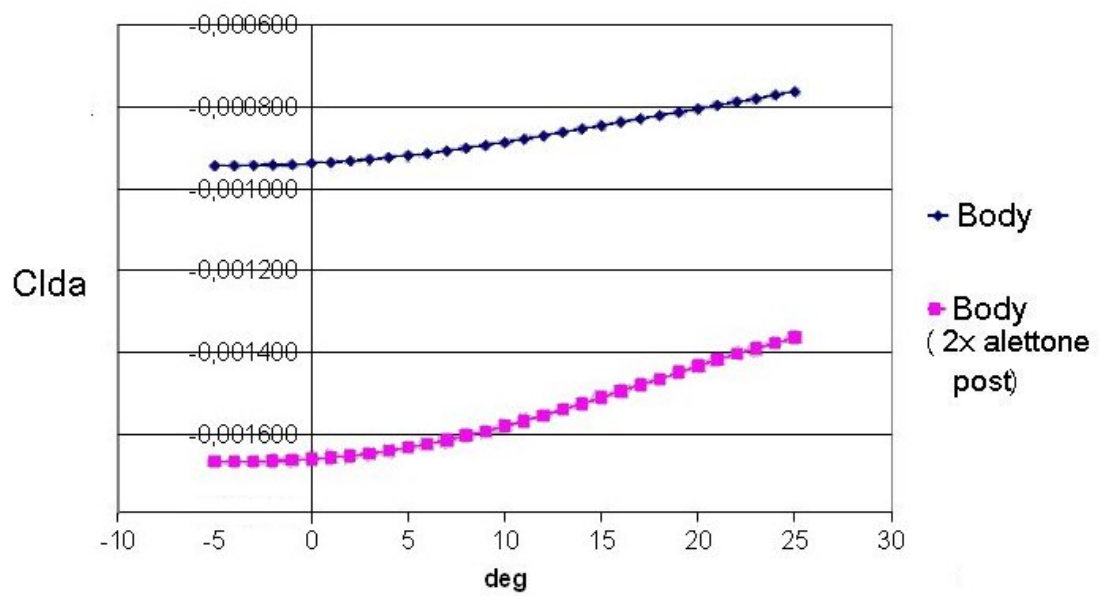


Figura 5.12: Andamento del C_{lda} al variare dell'incidenza del velivolo

invece ipersostentatori di tipo *plain flap*, questi hanno geometria analoga agli alettoni e risulta quindi facile variare le dimensioni di un elemento rispetto all'altro.

Come riscontrato nel paragrafo 4.2, nelle prove del modello di galleria e di quello volante, questa macchina non riesce a raggiungere il livello 1 delle qualità di volo richieste per la velocità di rollio, soprattutto a bassa velocità. Attraverso la procedura esposta in questa tesi, si è provveduto ad indagare l'efficacia di alcune disposizioni degli alettoni sulla configurazione IdInTos. L'obiettivo di questa indagine è ricercare una disposizione degli alettoni che garantisca il raggiungimento della minima velocità di rollio; quest'ultima è riportata in [5] e, per la classe I comprendente gli aerei leggeri, corrisponde a $23deg/s$ (livello 3 qualità di volo). Al livello 2 delle qualità di volo corrisponde invece una velocità di rollio di $35deg/s$ ed al livello 1 $46deg/s$.

La prima indagine è stata effettuata posizionando gli alettoni sulla sola ala posteriore, considerando la massima deflessione ammessa, pari a $20deg$, è stata variata la loro dimensione in apertura fino a raggiungere la prestazione in rollio desiderata. Questa analisi ha restituito come risultato che, per la velocità di volo pari a $18m/s$, la prestazione in velocità di rollio di $23deg/s$, è raggiunta con una dimensione in apertura alare dell'alettone pari a $1.3m$. In figura 5.14 si riporta l'andamento della velocità di rollio con l'estensione in apertura alare degli alettoni.

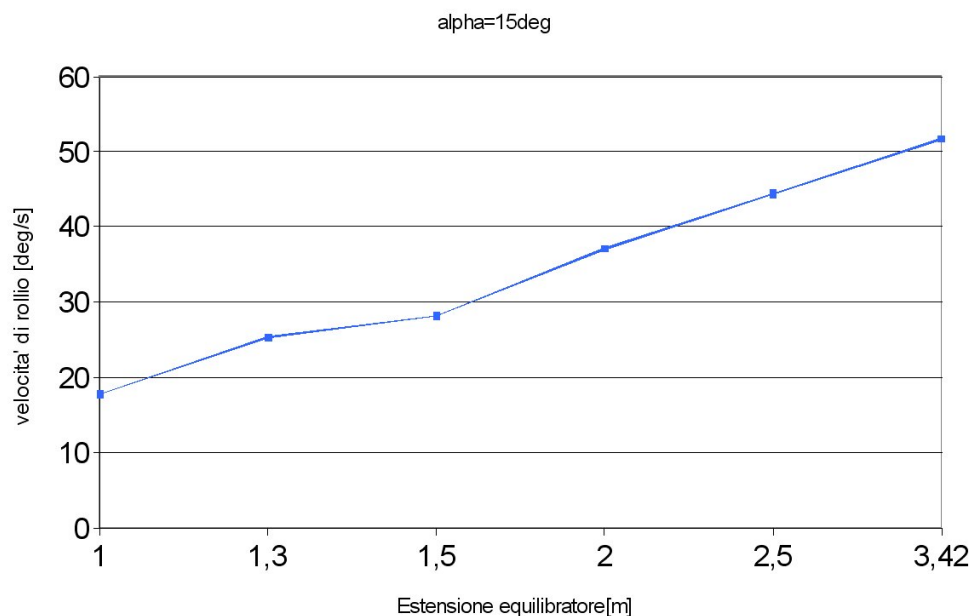


Figura 5.13: Andamento della velocità di rollio con le dimensioni dell'alettone

La seconda indagine riguarda invece la deflessione necessaria ad un *flaperon* per raggiungere le qualità di volo dei vari livelli. Un *flaperon* è una superficie mobile che interessa il bordo d'uscita di un ala, ha la funzione sia di *plain flap* che di alettone ed ha struttura analoga a queste superfici. Quando il flaperon sulla semiala destra è mosso simmetricamente a quello della semiala sinistra, le superfici agiscono da ipersostentatori, quando sono mosse in maniera differenziale, fungono da alettoni. Nel

caso del modello IdInTos studiato, il flaperon si estende da $0.658m$ dalla mezzeria fino all'estremità alare. Sempre per la velocità di volo di $18m/s$ risulta che le prestazioni di velocità di rollio di $23deg/s$, $35deg/s$ e $46deg/s$ sono raggiunte con deflessioni differenziali di $9deg$, $13.7deg$ e $18deg$ rispettivamente.

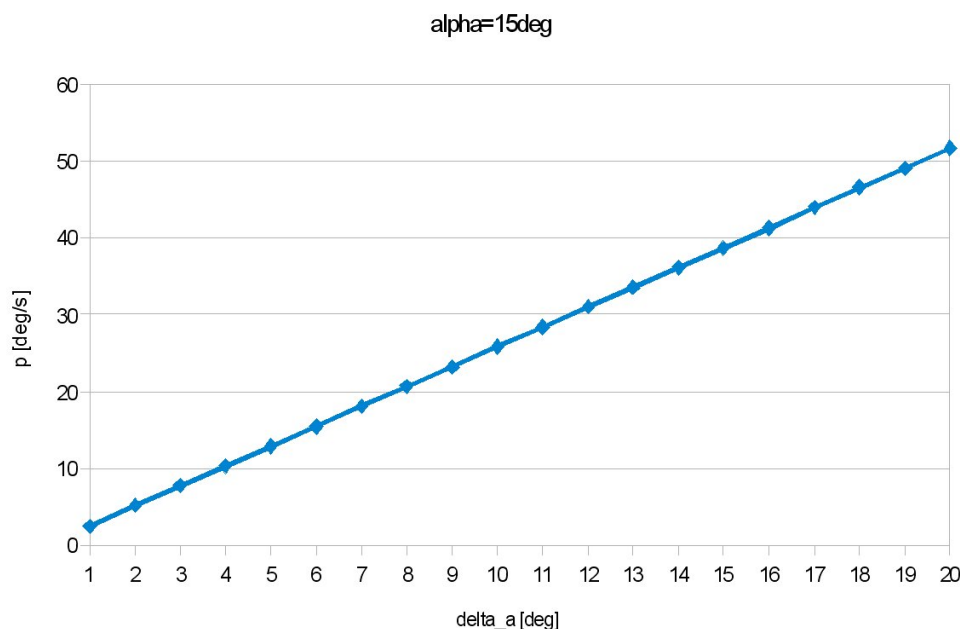


Figura 5.14: Andamento della velocità di rollio con la deflessione del flaperon

Per alcune disposizioni di alettone provate sulla configurazione IdInTos, si è studiata la variazione della derivata adimensionale $Cl\delta_a$ al variare dell'incidenza. Le disposizioni degli alettoni sono riportate nella tabella seguente, i risultati dell'analisi sono riportati in figura 5.15.

Disposizione 1	alettoni anteriori e posteriori dimensione $0.4m$
Disposizione 2	alettoni anteriori dimensione $0.4m$, posteriori dimensione $0.8m$
Disposizione 3	alettoni posteriori dimensione $1.3m$, anteriori assenti
Disposizione 4	flaperon posteriore di $3.342m$, alettoni anteriori assenti

Si nota che a superfici di controllo di estensione maggiore, corrisponde una perdita di efficacia del comando con l'aumento dell'incidenza. Questo fatto dovrà essere oggetto di ulteriori studi, anche impiegando metodi CFD, al fine di comprenderne la ragione fisica. Come prima ipotesi si può considerare il fatto che con l'aumento dell'incidenza, la distanza verticale tra le ali, misurata sugli assi stabilità, si riduce, questo amplifica i fenomeni di interferenza tra le due superfici portanti e ciò può essere la causa della perdita di efficacia.

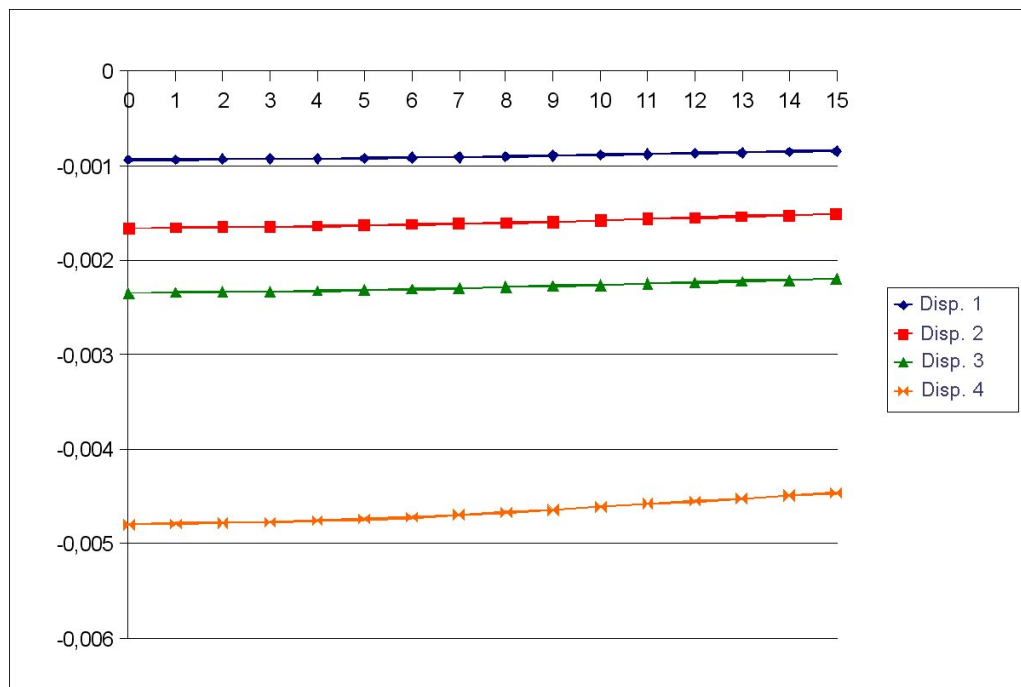


Figura 5.15: Andamento del $Cl\delta_a$ al variare dell'incidenza

5.4 Considerazioni sui modelli adottati

Quando si è trattata la verifica del C.A.P. nel paragrafo 3.3.3 si è accennato alla dipendenza dal rapporto $\frac{Z\delta_E}{M\delta_E}$. Questo rapporto è influenzato dalla dimensione in apertura degli equilibratori ed è strettamente dipendente dalla geometria alare, questa non può essere variata se non con il disegno ex novo della configurazione. Per verificare gli effetti della dipendenza del C.A.P. da questo parametro si è proceduto all'analisi tramite VLM di una configurazione di prova con aperture degli equilibratori crescenti. Le caratteristiche della configurazione sono riportate in figura 5.16, il baricentro è stato posizionato a $2.5m$ dal bordo d'attacco mentre il punto neutro si trova a $2.75m$ dal bordo d'attacco, la massa è stata considerata pari a $600kg$ e il momento d'inerzia I_y pari a $1000kg \cdot m^2$, con questi dati si sono ricavate le derivate aerodinamiche dimensionali.

I risultati sono raccolti nella seguente tabella ed illustrati nel grafico 5.17.

posizione % ala	$CL\delta_e$	$CM\delta_e$	$Z\delta_e$	$M\delta_e$	$\frac{Z\delta_e}{M\delta_e}$
0.03	0.000069	0.001383	-0.003048	0.002767	-1.23
0.06	0.000102	0.0003524	-0.005039	0.007051	-0.71
0.13	0.000102	0.006692	-0.005039	0.013390	-0.38
0.25	-0.00095	0.013215	0.004693	0.026443	0.18
0.38	-0.000419	0.019323	-0.020699	0.038665	0.54
0.13	0.000731	0.024258	-0.036111	0.048539	0.74

Si nota che, per le dimensioni degli equilibratori usate solitamente per garantire

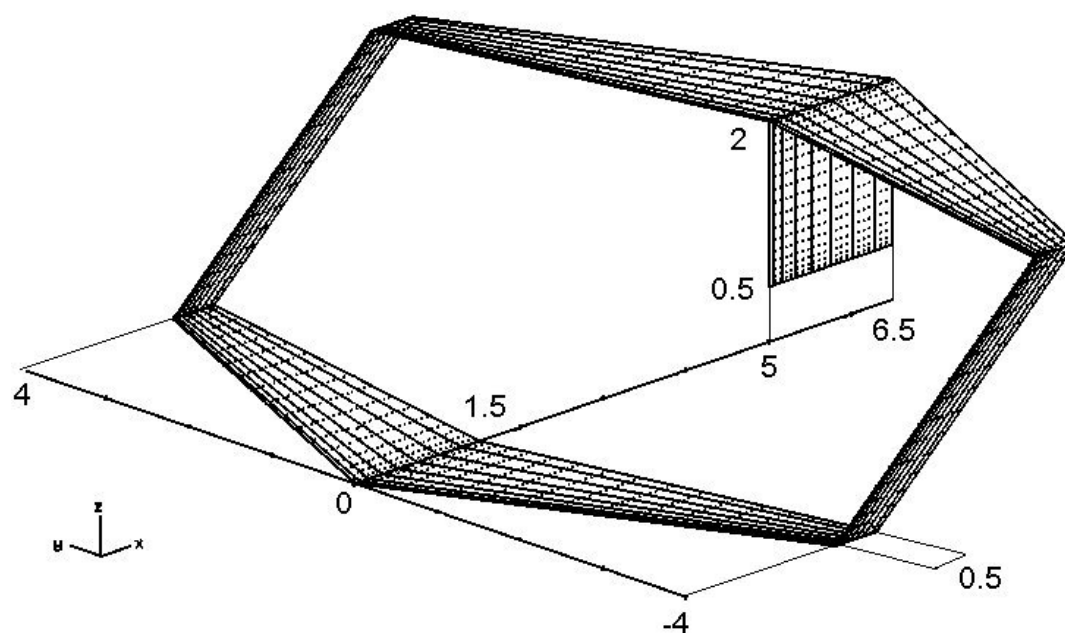


Figura 5.16: Geometria di prova

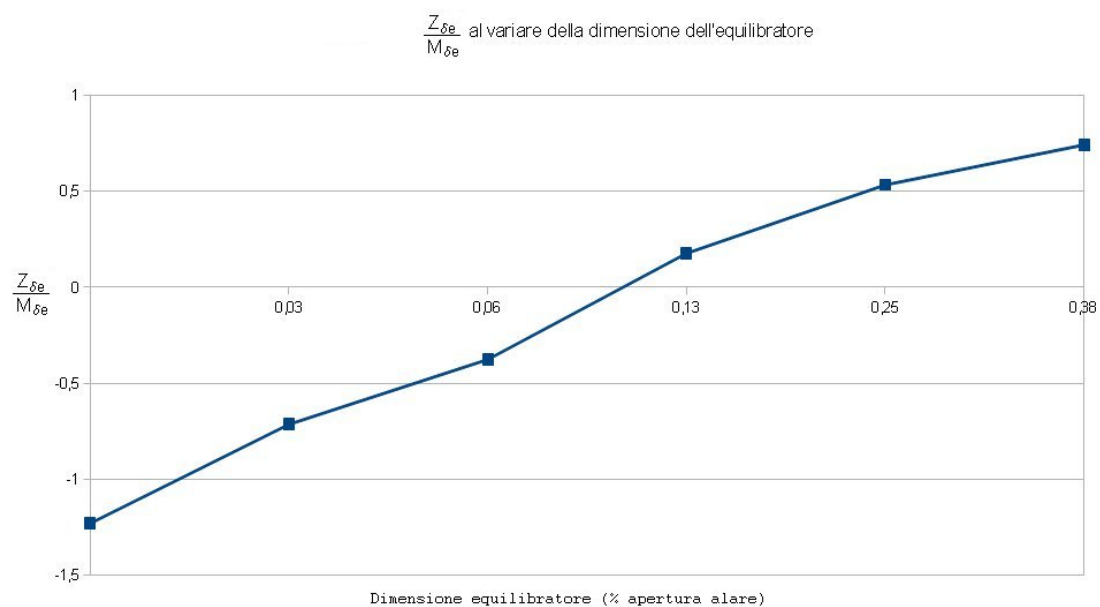


Figura 5.17: Andamento del rapporto $Z_{\delta e}/M_{\delta e}$ al variare della dimensione degli equilibratori

l'equilibrio ed il raggiungimento del fattore di carico massimo (valori compresi ad $\frac{1}{16}$ ed $\frac{1}{8}$ dell'apertura alare), il rapporto $\frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}}$ assume valori contenuti.

Si ricorda che i limiti sulla pulsazione di corto periodo vengono imposti usando la formula 3.2

$$\omega_{sp}^2 = -CAP \cdot \frac{Z_\alpha}{g} \cdot \frac{(1 - \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} \frac{M_w}{Z_w})}{(1 + \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} M_{\dot{w}})}$$

Solitamente la derivata $M_{\dot{w}}$ è limitata ed il denominatore $(1 + \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} M_{\dot{w}})$ può essere approssimato con 1. Assumendo un modulo massimo del rapporto $\frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}}$ pari a 0.4 e stimando un margine di stabilità pari 0.3, il numeratore $(1 - \frac{Z_{\delta_e}}{M_{\delta_e}} \frac{M_w}{Z_w})$ può essere stimato come $(1 - (0.4 \cdot 0.3)) = (1 - 0.12)$. Approssimando ad 1 tale espressione si commette perciò un errore massimo del 12 %. Questo è il grado di approssimazione con il quale si ritiene il requisito sul C.A.P. indipendente dalla dimensione degli equilibratori.

Va ricordato che pur non impiegando il vincolo sul C.A.P. per il dimensionamento dell'equilibratore, si verifica comunque a posteriori che il C.A.P. rientri nei limiti previsti, calcolandolo l'espressione completa.

Nel capitolo 3 si è riportato il fatto che in questo lavoro di tesi non si è eseguito il dimensionamento delle superfici fisse del velivolo. Le superfici fisse che influenzano le derivate del piano longitudinale sono essenzialmente le ali; risulta evidente che modificare queste superfici al fine del dimensionamento aeromeccanico può interferire notevolmente con l'aspetto aerodinamico compromettendo le prestazioni del velivolo. Non si è quindi proceduto ad un dimensionamento automatico ma si lascia al progettista decidere quale aspetto sia prioritario, potendo comunque intervenire sugli aspetti citati modificando la geometria in ingresso alla procedura. Le superfici fisse che influenzano il piano latero-direzionale sono le paratie, la deriva e l'angolo di diedro delle ali. Dell'angolo di diedro si è già parlato in precedenza in questo capitolo. Le paratie sono superfici la cui geometria non è modificabile automaticamente in quanto le loro corde d'estremità sono in comune all'ala e non è possibile decidere la geometria di quest'ultima per i motivi prima citati. La superficie fissa che può essere dimensionata in maniera automatica è il fin; come visto in precedenza in questo capitolo il fin ha effetto su quasi tutte le derivate aerodinamiche del piano latero-direzionale e quindi una sua modifica incide su tutta la dinamica di tale piano. Consultando la tabella riguardante gli effetti delle paratie si nota che sia le paratie che la deriva hanno scarso effetto sul coefficiente Cl_p . Dato che questo coefficiente dà il contributo principale al polo di rollio si può assumere in prima approssimazione che la dinamica di rollio non sia influenzata dalla deriva, questo implica che agendo sulle dimensioni della deriva, si possono variare le caratteristiche della spirale e dutch roll senza influire sul rollio. Si riportano dal paragrafo 1.3 le espressioni delle caratteristiche dei due modi:

$$\frac{1}{T_S} \simeq -\frac{1}{L'_p} \frac{g}{U_0} \left[-L'_r + \frac{L'_\beta}{N'_\beta} N'_r \right]$$

$$\omega_{DR} = \sqrt{N'_\beta + N'_r Y_v}$$

$$\zeta_{DR} = -(N'_r + Y_v)/(2\omega_{DR})$$

Si nota immediatamente che N'_β ed N'_r caratterizzano entrambi i modi. Ne segue che i due modi sono interdipendenti tra loro tramite queste derivate e variandone una si hanno conseguenze su tutte e 3 le caratteristiche. Dato che l'unica superficie di cui può essere variata la geometria è la deriva, risulta che non è possibile variare indipendentemente le due derivate prima citate dal momento che la deriva le influenza entrambe. Variando la geometria della deriva inoltre si ottengono anche variazioni delle altre derivate presenti nelle caratteristiche dei due modi e ciò rende il problema ancor più complesso.

La paratia può influenzare in vari modi le derivate, i parametri principali sono la sua distanza dal baricentro misurata sugli assi X e Z , la sua superficie, la rastremazione e la freccia. Variando questi parametri si varia sia il modulo delle derivate aerodinamiche che i loro rapporti.

Data la complessità mostrata si è deciso di non procedere al dimensionamento automatico e di optare, anche per questa superficie fissa, per una variazione dei dati di input da parte del progettista in modo da tenere sotto controllo tutte le variabili di interesse.

Capitolo 6

Conclusioni

In questo lavoro di tesi si è sviluppato un metodo che permette di correlare alcuni parametri progettuali con i vincoli imposti dal soddisfacimento delle qualità di volo. Il metodo si basa sulle equazioni della dinamica del velivolo esposte nel capitolo 1, ove possibile, si è cercato di estendere i modelli includendo derivate aerodinamiche tipicamente non considerate. Questa operazione ha il fine di permettere l'utilizzo del modello anche per configurazioni su cui non si è accumulata ancora sufficiente esperienza operativa. Le ipotesi alla base del modello sono state riportate nel paragrafo 1.1, queste dovranno essere verificate a posteriori una volta completata l'analisi della singola configurazione.

Il modello sviluppato permette l'analisi della dinamica longitudinale e latero-direzionale; per queste dinamiche sono state proposte le forme dei modi propri che si presentano nei velivoli tradizionali. Dalle prove effettuate risulta che queste dinamiche sono comuni anche alla configurazione *Prandtlplane*. Se ciò non si fosse verificato, si sarebbe comunque dovuto adattarla ad avere queste caratteristiche, infatti le normative ed i requisiti degli operatori sono posti in termini di caratteristiche tipiche dei velivoli convenzionali.

Ottenute le relazioni tra le derivate aerodinamiche ed i poli e gli zeri della dinamica del velivolo, si è provveduto determinare i limiti imposti su queste grandezze dalle normative; in particolare si sono utilizzate quelle riportate in [5], le quali hanno alla base uno studio sistematico delle interazioni tra velivolo e pilota.

Le relazioni tra derivate aerodinamiche ed i poli e gli zeri delle funzioni di trasferimento sono state sfruttate anche per un altro scopo: quello di determinare quali grandezze del velivolo variare in caso le qualità di volo non rispettino i limiti previsti. Questo metodo è stato utilizzato sia per il dimensionamento delle superfici mobili, sia per indirizzare la variazione della geometria delle superfici fisse.

Oltre allo sviluppo del metodo di integrazione delle qualità di volo nei vincoli del progetto, il lavoro di tesi ha riguardato anche la creazione di un programma di analisi che sfrutti tale metodo. Il programma è inserito in un contesto più ampio di sviluppo della configurazione *Prandtlplane*; in particolare, deve ricavare le informazioni geometriche e ponderali da altri due programmi e dialogare con un terzo programma, questo basato sul metodo VLM. L'interfaccia con il metodo VLM funziona a doppio senso, questo si è reso necessario per realizzare la procedura iterativa di dimensionamento delle superfici di comando.

Il metodo VLM da una stima approssimata delle derivate aerodinamiche e della condizione di equilibrio del velivolo; la scelta di questo metodo è stata dettata dal carattere preliminare dell'analisi, infatti l'impiego di metodi CFD avrebbe richiesto tempi di calcolo molto lunghi. Si è cercato di mantenere i tempi di calcolo ridotti sia a causa delle procedure iterative all'interno del programma, sia in vista di un suo utilizzo in un processo di ottimizzazione globale del velivolo, il quale presenta esso stesso procedure iterative. Il metodo VLM richiederà in futuro un processo di calibrazione, in particolare dovrà essere scelta la rappresentazione della fusoliera sulla base di ulteriori dati. Le rappresentazioni utilizzate sono state scelte in base al confronto con dati provenienti da velivoli tradizionali, in futuro sarà necessario ripetere le stesse verifiche con velivoli di configurazione *Prandtlplane*, ovviamente non appena saranno disponibili sufficienti dati su tali configurazioni.

Il programma sviluppato comprende un modulo che permette di ricavare il tensore d'inerzia dai dati ponderali del velivolo. Questo modulo distribuisce sulla geometria i dati ponderali provenienti dal programma di calcolo strutturale, in seguito calcola il baricentro ed i momenti d'inerzia di tale distribuzione di masse. Come esposto nel paragrafo 3.2, i dati dei pesi della struttura non sono sufficienti a determinare i dati inerziali complessivi del velivolo, sono infatti necessari anche i dati relativi alla geometria ed alla capacità dei serbatoi, ai sistemi secondari ed al carico del velivolo. Il modulo di calcolo dei dati inerziali è stato perciò strutturato in modo da essere flessibile e rendere agevole l'inserimento di altre masse.

Gli ultimi due moduli del programma riguardano il dimensionamento delle superfici di comando e la verifica delle qualità di volo del piano longitudinale e latero-direzionale. I dettagli del funzionamento dei due moduli è descritto nei paragrafi 3.3 e 3.4. Sfruttano le derivate aerodinamiche ricavate nei moduli precedenti, vengono calcolate le qualità di volo, se le qualità di volo influenzate dalle superfici di comando non sono soddisfacenti si passa ad una ridefinizione della geometria. A questo punto si rendono necessari un ricalcolo delle derivate aerodinamiche mediante il VLM ed una nuova verifica, si reiterano queste fasi fino al soddisfacimento dei vincoli.

Il programma restituisce in output le dimensioni delle superfici di comando, inoltre, in caso le qualità di volo non rientrino nei limiti previsti, vengono anche riportati la caratteristica del modo proprio non rispondente alle restrizioni ed il valore che dovrebbe assumere. In questi messaggi di avviso vengono anche date delle indicazioni per provvedere alla modifica delle derivate aerodinamiche, tuttavia nel testo di questo lavoro di tesi sono riportate maggiori informazioni a supporto del progettista.

Anche il programma nel suo complesso andrà calibrato in base ai dati provenienti da velivoli effettivamente realizzati; tuttavia la prima verifica delle configurazioni di prova, riportata nel capitolo 4, ha rilevato caratteristiche dei velivoli simili a quelle riscontrate con l'analisi tramite metodi più avanzati.

L'ultima parte di questo lavoro di tesi si è concentrata sullo studio della dinamica libera della configurazione *Prandtlplane*, in particolare la si è confrontata con velivoli di configurazione tradizionale. Le principali differenze risiedono nella distribuzione spaziale delle superfici portanti, nella presenza di paratie laterali, e nella variabilità della posizione del baricentro anche in direzione verticale. Gli effetti legati a queste differenze sono analizzati nel capitolo 5. Si è notato che le differenze comportano

variazioni della dinamica del velivolo, in alcuni casi queste sono significative, ma mai tali da stravolgere il comportamento dinamico rispetto ai velivoli convenzionali.

Sviluppi futuri rispetto a questo lavoro di tesi riguardano diversi degli ambiti trattati e sono relativi all'approfondimento della conoscenza della configurazione *Prandtlplane*. Tra i campi di studio figurano l'affinamento delle tecniche di calcolo delle derivate aerodinamiche, eventualmente utilizzando metodi alternativi al VLM, mantenendo però l'impiego di risorse computazionali contenuto. Il metodo di calcolo dei dati inerziali può essere oggetto di ulteriori approfondimenti; questi possono riguardare sia la riduzione dei tempi di calcolo che l'accuratezza del metodo. Lo sviluppo di questo aspetto dovrà riguardare anche la stima dei pesi dei sistemi e del carburante. Un altro ambito di sviluppo può riguardare la standardizzazione della configurazione *Prandtlplane*: infatti se lo studio di ottimizzazione riuscisse a definire una particolare geometria di compromesso tra i vari vincoli progettuali, valida per una classe di velivoli, si potrebbe specializzare il programma per tale configurazione in modo da dare risultati più attendibili.

In conclusione, in questo lavoro di tesi, si sono approfonditi gli aspetti riguardanti la dinamica del volo della configurazione *Prandtlplane*, questo ha permesso di comprendere meglio le conseguenze degli effetti aerodinamici introdotti da questa configurazione sulle caratteristiche di volo. Lo studio ha anche provveduto a definire i rapporti tra le qualità di volo e le grandezze progettuali, permettendo così di inserire nuovi vincoli nel processo di dimensionamento ed in quello di ottimizzazione. Infine si è provveduto allo sviluppo di un programma che permetta di stimare il comportamento dinamico di una configurazione già a livello di progetto preliminare.

Appendice A

Derivate aerodinamiche

I coefficienti aerodinamici adimensionali vengono impiegati per ottenere le derivate aerodinamiche e spesso presentano definizioni differenti a seconda dei testi consultati, in questo lavoro di tesi si prendono a riferimento le definizioni riportate in [4] che differiscono leggermente da quelle utilizzate in [3]

Coefficienti aerodinamici del piano longitudinale

$$\begin{aligned}
 C_D &= \frac{Drag}{qS} & C_L &= \frac{Lift}{qS} & C_{L_q} &= \frac{\partial C_L}{\partial(qc/2U)} & C_{M_\alpha} &= \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \\
 C_{D_u} &= \frac{U}{2} \frac{\partial C_D}{\partial U} & C_{L_u} &= \frac{U}{2} \frac{\partial C_L}{\partial U} & C_{L_\delta} &= \frac{\partial C_L}{\partial \delta} & C_{M_{\dot{\alpha}}} &= \frac{\partial C_M}{\partial(\dot{\alpha}c/2U)} \\
 C_{D_\alpha} &= \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} & C_{L_\alpha} &= \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} & C_M &= \frac{M}{qSc} & C_{M_q} &= \frac{\partial C_M}{\partial(qc/2U)} \\
 C_{D_\delta} &= \frac{\partial C_D}{\partial \delta} & C_{L_{\dot{\alpha}}} &= \frac{\partial C_L}{\partial(\dot{\alpha}c/2U)} & C_{M_u} &= \frac{U}{2} \frac{\partial C_M}{\partial U} & C_{M_\delta} &= \frac{\partial C_M}{\partial \delta}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Coefficienti aerodinamici del piano latero-direzionale

$$\begin{aligned}
 C_{y_\beta} &= \frac{\partial C_y}{\partial \beta} & C_{n_\beta} &= \frac{\partial C_n}{\partial \beta} & C_{l_\beta} &= \frac{\partial C_l}{\partial \beta} \\
 C_{y_{\dot{\beta}}} &= \frac{\partial C_y}{\partial(\dot{\beta}b/2U)} & C_{n_{\dot{\beta}}} &= \frac{\partial C_n}{\partial(\dot{\beta}b/2U)} & C_{l_{\dot{\beta}}} &= \frac{\partial C_l}{\partial(\dot{\beta}b/2U)} \\
 C_{y_r} &= \frac{\partial C_y}{\partial(rb/2U)} & C_{n_r} &= \frac{\partial C_n}{\partial(rb/2U)} & C_{l_r} &= \frac{\partial C_l}{\partial(rb/2U)} \\
 C_{y_p} &= \frac{\partial C_y}{\partial(pb/2U)} & C_{n_p} &= \frac{\partial C_n}{\partial(pb/2U)} & C_{l_p} &= \frac{\partial C_l}{\partial(pb/2U)} \\
 C_{y_\delta} &= \frac{\partial C_y}{\partial \delta} & C_{n_\delta} &= \frac{\partial C_n}{\partial \delta} & C_{l_\delta} &= \frac{\partial C_l}{\partial \delta}
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Le derivate aerodinamiche sono funzione dei coefficienti aerodinamici adimensionali, qui di seguito se ne riportano le dipendenze:

Derivate aerodinamiche dimensionale del piano longitudinale

$$\begin{aligned}
X_u &= \frac{\rho S U_0}{m} (-C_D - C_{D_u}) & X_w &= \frac{\rho S U_0}{2m} (C_L - C_{D_\alpha}) \\
Z_u &= \frac{\rho S U_0}{m} (-C_L - C_{L_u}) & Z_w &= \frac{\rho S U_0}{2m} (-C_{D_\alpha} - C_D) & Z_{\dot{w}} &= \frac{\rho S c}{4m} (-C_{L_{\dot{\alpha}}}) \\
M_u &= \frac{\rho S U_0 c}{2I_y} (C_M + C_{M_u}) & M_w &= \frac{\rho S U_0 c}{2I_y} (-C_{M_\alpha}) & M_{\dot{w}} &= \frac{\rho S c^2}{4I_y} (-C_{M_{\dot{\alpha}}}) \\
Z_q &= \frac{\rho S U_0 c}{4m} (-C_{L_q}) \\
M_q &= \frac{\rho S U_0 c^2}{4I_y} C_{M_q} \\
X_\delta &= \frac{\rho S U_0^2}{2m} (-C_{D_\delta}) \\
Z_\delta &= \frac{\rho S U_0^2}{2m} (-C_{L_\delta}) \\
M_\delta &= \frac{\rho S U_0^2 c}{2I_y} (-C_{M_\delta})
\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$X_\alpha = U_0 X_w \quad Z_\alpha = U_0 Z_w \quad M_\alpha = U_0 M_w \quad Z_\alpha = U_0 Z_{\dot{w}} \quad M_\alpha = U_0 M_{\dot{w}}$$

Derivate aerodinamiche dimensionali del piano latero-direzionale

$$\begin{aligned}
Y_v &= \frac{\rho S U_0}{2m} (C_{y_\beta}) & Y_{\dot{v}} &= \frac{\rho S b}{4m} (C_{y_{\dot{\beta}}}) & Y_p &= \frac{\rho S U_0 b}{4m} (C_{y_p}) & Y_r &= \frac{\rho S U_0 b}{4m} (C_{y_r}) \\
L_v &= \frac{\rho S U_0 b}{2I_x} (C_{l_\beta}) & L_{\dot{v}} &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_x} (C_{l_{\dot{\beta}}}) & L_p &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_x} (C_{l_p}) & L_r &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_x} (C_{l_r}) \\
N_v &= \frac{\rho S U_0 b}{2I_z} (C_{n_\beta}) & N_{\dot{v}} &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_z} (C_{n_{\dot{\beta}}}) & N_p &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_z} (C_{n_p}) & N_r &= \frac{\rho S U_0 b^2}{4I_z} (C_{n_r}) \\
Y_\delta &= \frac{\rho S U_0^2}{2m} (-C_{y_\delta}) \\
L_\delta &= \frac{\rho S U_0^2 b}{2I_x} (C_{l_\delta}) \\
N_\delta &= \frac{\rho S U_0^2 b}{2I_z} (C_{n_\delta})
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$Y_\beta = U_0 Y_v \quad L_\beta = U_0 L_v \quad N_\beta = U_0 N_v$$

Bisogna far presente che qua i coefficienti $C_{D_u} = \frac{U_0}{2} \frac{\delta C_D}{\delta U}|_0$, $C_{L_u} = \frac{U_0}{2} \frac{\delta C_L}{\delta U}|_0$ e $C_{M_u} = \frac{U_0}{2} \frac{\delta C_M}{\delta U}|_0$ sono definiti come in [4] e sono differenti rispetto a quelli riportati in [3].

Bibliografia

- [1] Ludwig Prandtl.
NACA - tn - 182 Induced Drag of Multiplanes .
National Advisory Committee for Aeronautics, 1924.
- [2] A.Frediani,G.Montanari,M.Pappalardo.
Sul problema di Prandtl della minima resistenza indotta di un sistema portante.
XV AIDAA (Associazione Italiana di Aeronautica e Astronautica),Torino,
Novembre 1999.
- [3] C.Casarosa.
Meccanica del volo.
Edizioni Plus - Pisa University Press, 2007 .
- [4] Mc Ruer, Ashkenas, Grahm.
Aircraft Dynamics and Automatic Control.
Princeton University Press, 1973.
- [5] MIL-F-8785C .
Military Specification, Flying Qualities of Piloted Aricraft .
Department of Defence U.S.A, Nov. 1980.
- [6] Daniel P. Raymer.
Aircraft Design: a Conceptual Approach , third edition .
American institute of Aeronautics and Astronautics , 1992.
- [7] Arianna Santarini.
Analisi strutturale di sistemi portanti boxwing di velivoli ultraleggeri .
ETD Università di Pisa, 2013.
- [8] National Technical Information Service (NTIS).
NASA CR-2144 *Aircraft handling qualities data .*
NASA.

- [9] Marco Bugossi.

Prove sperimentali e analisi CFD della manovra di decollo di un idrovolante ultraleggero Prandtlplane

ETD Università di Pisa, 2014.

- [10] Marco Lucchesi.

Progetto concettuale e analisi CFD di uno scafo per anfibia PrandtlPlane ultraleggero.

ETD Università di Pisa, 2011.

First,
when there's nothing
but a slow glowing dream
That your fear seems to hide
deep inside your mind.
All alone, I have cried
silent tears full of pride
In a world made of steel,
made of stone
[...]
Take your passion, make it happen.